COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 DÉCEMBRE 1901.

PRÉSIDENCE DE M. FOUQUÉ.

RENOUVELLEMENT ANNUEL

DU BUREAU ET DE LA COMMISSION ADMINISTRATIVE.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Vice-Président pour 1902, lequel doit être pris, cette année, dans l'une des Sections de Sciences physiques.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 58,

M. Albert Gaudry obtient. . . . . . . 56 suffrages,
M. Schlœsing » . . . . 2 »

M. **Albert Gaudry**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé Vice-Président pour l'année 1902.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de deux de ses Membres qui devront faire partie de la Commission centrale administrative pendant l'année 1902.

MM. **Bornet** et **Maurice Levy** réunissent la majorité des suffrages.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

BOTANIQUE. — *Sur la double fécondation chez les Solanées et les Gentianées*, par M. L. **Guignard**.

« Les observations publiées jusqu'à ce jour sur le phénomène de la double fécondation ont porté presque exclusivement sur les Monocotylédones et les Dicotylédones Dialypétales; seule, en effet, parmi les Gamopétales, la famille des Composées a été étudiée à ce point de vue. Si les recherches que j'ai communiquées pour la plupart à l'Académie, depuis la découverte de ce phénomène, étaient déjà assez variées pour permettre de conclure à son existence générale dans toute la série des Angiospermes, il n'en était pas moins intéressant d'en étendre l'étude et d'examiner surtout les Gamopétales, afin de connaître les caractères particuliers et les modifications qu'il peut offrir.

» Cette Note a pour but d'indiquer brièvement les résultats qui m'ont été fournis par les Solanées et les Gentianées.

» Chez les premières, je prendrai de préférence pour exemples le *Nicotiana Tabacum* et le *Datura lævis*, parce que les genres auxquels appartiennent ces espèces présentent, au point de vue de la constitution du sac embryonnaire adulte, des différences assez notables.

» Dans le Tabac, l'ovule, considéré à l'époque de la fécondation, offre sous son tégument unique et relativement épais, comme chez la plupart des Gamopétales, un sac embryonnaire à peu près ellipsoïde, mais dont le sommet s'allonge et se rétrécit en pointe. Par suite de la résorption totale du nucelle, le sac se trouve au contact immédiat du tégument. Au sommet, les cellules de l'appareil sexuel sont piriformes : les deux synergides surtout se rétrécissent dans leur partie supérieure comme le sac lui-même;

l'oosphère, plus grosse et plus longue, présente des caractères bien distincts et son noyau est toujours situé vers le bas.

» Dans la partie inférieure du sac, les antipodes forment de grandes cellules, d'aspect vésiculeux, pauvres en protoplasme; elles s'insèrent à des niveaux variables et parfois s'avancent jusque vers le centre de la cavité du sac embryonnaire. Les deux noyaux polaires, pourvus chacun d'un nucléole, unique dans la plupart des cas, se montrent toujours accolés l'un à l'autre, mais sans se fusionner avant la fécondation. Le plus souvent, ils se trouvent au contact ou au voisinage de l'appareil sexuel.

» Plusieurs jours s'écoulent, d'après mes expériences, entre la pollinisation et la fécondation. Les deux gamètes mâles se forment pendant le trajet du tube pollinique à travers le tissu conducteur du style, dont la longueur atteint près de 4^{cm} dans le *Nicotiana Tabacum*. Ces deux petites cellules sont représentées presque uniquement par leurs noyaux; elles s'allongent plus ou moins dans le tube pollinique en voie de croissance et sont ordinairement précédées par le noyau végétatif.

» Au moment favorable, on peut apercevoir à la surface du placenta un grand nombre de tubes polliniques se dirigeant vers les ovules, dont le micropyle est très rapproché de l'épiderme placentaire. Lorsque le tube est arrivé sur le sommet du sac embryonnaire, occupé par la partie supérieure allongée des synergides, il s'arrête ou parfois s'avance un peu vers l'intérieur en déversant son contenu. Ordinairement, les synergides changent l'une et l'autre d'aspect; leur vacuole disparaît et, dans le protoplasme dense qui les remplit, leurs noyaux propres se désorganisent.

» En même temps, les deux gamètes mâles se portent rapidement l'un vers le noyau de l'oosphère, l'autre vers les noyaux polaires. Rarement on a la chance de les apercevoir à l'état libre, sous la forme de petits corps nucléaires ovoïdes ou allongés, parfois légèrement incurvés. Au contact du noyau de l'oosphère et des noyaux polaires, ils prennent un aspect granuleux en augmentant de grosseur; leur fusion avec les éléments qu'ils fécondent a lieu dans un laps de temps très court. Après ce phénomène, le noyau de l'œuf présente ordinairement plusieurs nucléoles. La fécondation des noyaux polaires s'accompagne également de la fusion de leurs nucléoles respectifs en un nucléole unique plus volumineux; quelquefois, cependant, cette fusion nucléolaire n'a pas lieu et l'on voit le noyau secondaire fécondé entrer quand même en division pour former l'albumen.

» J'ai observé un grand nombre de fois la division du noyau secondaire.

Elle est immédiatement suivie du cloisonnement transversal du sac embryonnaire en deux parties plus ou moins égales, qui se subdivisent ensuite pour former le tissu de l'albumen. L'œuf, au contraire, reste assez longtemps indivis.

» Dans le *Datura lævis*, comme d'ailleurs dans les espèces voisines (*D. Stramonium, D. Tatula*, etc.), l'ovule adulte est plus gros que dans le Tabac. Mais le sac embryonnaire a sensiblement la même dimension et la même forme; toutefois, il est un peu moins rétréci au sommet et un peu plus à la base. Au sommet, les cellules de l'appareil femelle ont la même constitution; mais, à la base, les antipodes restées rudimentaires après leur naissance ne laissent presque plus de trace au moment de la fécondation. En outre, la fusion des noyaux polaires est complète, et le noyau secondaire, toujours très rapproché de l'appareil femelle, n'offre qu'un seul nucléole.

» Au moment où la corolle de la fleur s'épanouit, l'autofécondation a déjà commencé et l'on peut observer un grand nombre de tubes polliniques dans l'intérieur du style, dont la longueur atteint près de 6^{cm}. Le temps qui s'écoule entre la pollinisation et la fécondation est donc moins long que dans le Tabac. Les tubes polliniques sont plus gros et possèdent une membrane plus épaisse et un contenu plus dense que dans le Tabac. Leur trajet est facile à suivre dans le conduit micropylaire et, comme ils ne se vident qu'en partie et que, même après la fécondation, ils conservent leur calibre primitif, les réactifs colorants permettent de les observer, à un certain moment, dans presque tous les ovules d'un même ovaire.

» L'une des synergides ou les deux en même temps changent d'aspect après avoir reçu une partie du contenu du tube pollinique. Les noyaux mâles ne peuvent guère être reconnus qu'après leur sortie du protoplasme dense qui remplit les synergides. Dans ce protoplasme, en effet, on a souvent de la peine à les distinguer des noyaux propres de ces dernières, qui se sont transformés en petites masses chromatiques bientôt homogènes et occupant une place quelconque dans le contenu cellulaire. Au sortir du protoplasme ils se présentent, dans la plupart des cas, sous forme de corps arrondis ou ovoïdes, dans lesquels on aperçoit des granulations chromatiques lorsque la coloration par les réactifs n'est pas trop intense.

» Les phases ultérieures s'accomplissent de la même façon que dans le Tabac. La division du noyau secondaire fécondé est suivie de même de la bipartition transversale du sac embryonnaire. De même encore, l'œuf ne

se divise qu'après la formation d'un certain nombre de cellules d'albumen.

» Il existe donc, entre le *Nicotiana* et le *Datura*, certaines différences, d'ordre secondaire, il est vrai, mais en tout cas plus marquées, par exemple, que dans les divers genres de la famille des Renonculacées, que j'ai étudiés antérieurement, et chez lesquels le contenu du sac embryonnaire, dans l'ovule adulte, offre une constitution beaucoup plus uniforme.

» Chez les Gentianées, les ovules présentent, suivant les espèces, dans le seul genre *Gentiana*, des différences de taille considérables. Celui du *G. ciliata*, que j'ai étudié de préférence, est l'un des plus réduits. L'unique tégument ovulaire ne comprend, en effet, que deux assises de cellules sur les parois du sac embryonnaire. Un peu plus grand que dans le *Datura*, le sac est moins rétréci au sommet. Les cellules de l'appareil sexuel offrent les caractères typiques; le noyau secondaire est complètement formé avant la fécondation et renferme un gros nucléole; la base du sac, élargie, est occupée par des antipodes volumineuses, à noyau très développé et à protoplasme dense et abondant.

» Le tube pollinique, à membrane très délicate, se vide presque entièrement à son arrivée au contact des synergides, qui se comportent comme dans le *Datura*. Les noyaux mâles que j'ai observés se trouvaient déjà au contact du noyau de l'oosphère et du noyau secondaire. Dans un cas, par exemple, celui qui avait pénétré dans l'oosphère était appliqué en forme de croissant sur le noyau de celle-ci; l'autre, déjà plus renflé au contact du noyau secondaire, avait pris une forme ovoïde.

» Ici encore, la formation de l'albumen précède la division de l'œuf; mais cette dernière a lieu plus tôt que chez les Solanées, car on peut la voir se produire alors que les noyaux de l'albumen sont seulement au nombre de huit. Une autre différence, plus intéressante, consiste en ce que la division du noyau secondaire n'est pas suivie, comme chez les Solanées, du cloisonnement du sac embryonnaire; les premiers noyaux d'albumen sont libres dans le protoplasme pariétal, malgré la dimension relativement faible du sac. Toutefois, cette phase est de courte durée et le cloisonnement apparaît d'abord à la périphérie et se continue après les divisions nucléaires ultérieures.

» En somme, la double fécondation s'effectue essentiellement de la même façon, chez les Solanées et les Gentianées, que dans les autres plantes où elle a pu être observée jusqu'à ce jour. En ce qui concerne le mode de formation de l'albumen, il y a lieu de remarquer que, contrairement aux indications fournies à cet égard par certains auteurs, il n'est pas le même dans ces deux familles; en outre, l'apparition précoce ou tardive

du cloisonnement dans le sac embryonnaire n'est pas en relation aussi étroite qu'on l'admet généralement avec la forme et la dimension de cet organe chez les Gamopétales. »

M. O. Callandreau présente à l'Académie un Mémoire qu'il vient de publier, sous le titre : *Aperçu des méthodes pour la détermination des orbites des comètes et des planètes*.

« Les conditions dans lesquelles le problème se présente à nous aujourd'hui ne sont plus tout à fait celles qu'il offrait au temps d'Olbers et de Gauss, ni même il y a une vingtaine d'années. L'introduction des procédés photographiques, qui a rendu plus nombreuses les découvertes de petites planètes, ne permet plus aux astronomes de perdre du temps avec le calcul d'éléments provisoires; d'autre part, les comètes périodiques, dont la proportion s'est beaucoup accrue, appellent une revision des méthodes en usage. Il s'agit surtout d'arriver à obtenir une première orbite que l'on corrige en faisant varier les distances géocentriques. Des Tables numériques assez étendues, dont plusieurs nouvelles, facilitent les calculs. »

M. le Secrétaire perpétuel annonce à l'Académie la perte qu'elle vient de faire dans la personne de Sir *Joseph Gilbert*, Correspondant de la Section d'Économie rurale, décédé le 23 décembre 1901.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. E. Deburaux adresse, pour le concours du prix Houllevigue, un Mémoire relatif à un projet de traversée du Sahara au moyen d'un aérostat non monté. Il demande l'ouverture d'un pli cacheté déposé par lui le 12 avril 1901 et inscrit sous le n° 6368.

Le Mémoire et le contenu du pli cacheté sont renvoyés à la Commission du prix Houllevigue.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre du Commerce, de l'Industrie, des Postes et des Télégraphes informe l'Académie que M. *Édouard Sauvage* est nommé à la chaire de Mécanique appliquée aux Arts, au Conservatoire national des Arts et Métiers.

MM. **Baubigny**, **Émile Borel**, **Guichard**, **Halphen**, **Matruchot** et **Molliard**, **Maupas**, **Ponsot**, **Simon**, **Villatte** adressent des remercîments à l'Académie pour les distinctions accordées à leurs Travaux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries de factorielles.* Note de M. **Niels Nielsen**, présentée par M. Picard.

« Les séries de factorielles, savoir les séries de la forme

$$(1) \qquad \Omega(x) = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{n!\, b_n}{x(x+1)\ldots(x+n)},$$

où les coefficients b_n sont indépendants de x, attendent encore une théorie rigoureuse et développée. En effet, on ne connaît jusqu'ici ni une méthode générale pour développer en série de la forme (1) une fonction donnée, ni les conditions nécessaires et suffisantes qui doivent être remplies par une fonction pour rendre possible le développement susdit.

» Or, une recherche facile de la série $\Omega(x)$ montre immédiatement que la limite de son champ de convergence absolue est une ligne droite perpendiculaire à l'axe des nombres réels. De plus, si tous les termes de $\Omega(x)$ sont finis, la série $\Omega(x')$ est certainement absolument convergente, pourvu que $\mathfrak{R}(x'-x)$ soit plus grand que l'unité. La lettre gothique $\mathfrak{R}$ désigne toujours la partie réelle. Dans son champ de convergence absolue $\Omega(x)$ ne peut pas avoir d'autres points singuliers finis ou infinis que des pôles simples aux points

$$x = 0, \quad -1, \quad -2, \quad -3, \quad \ldots,$$

situés dans le champ susdit.

» Ces propriétés de $\Omega(x)$ connues, il est très facile de voir que la série de puissances

$$(2) \qquad \varphi(1-z) = b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \ldots; \qquad b_n = \frac{(-1)^n}{n!}\varphi^{(n)}(1)$$

a son rayon de convergence égal à *un* au moins. De plus, on aura généralement

$$(3) \qquad \Omega(x) = \int_0^1 \varphi(z) z^{x-1}\, dz,$$

formule qui est valable, pourvu que le scond membre ait un sens. Quant au reste de la série $\Omega(x)$, il se présente sous cette forme

$$(4)\quad \left\{ \begin{aligned} &\sum_{s=n+1}^{s=n+p} \frac{s!\, b_s}{x(x+1)\ldots(x+s)} \\ &= \frac{(-1)^n}{x(x+1)\ldots(x+n)} \int_0^1 \varphi^{(n+1)}(z) z^{x+n}\, dz \\ &\quad + \frac{(-1)^{n+p}}{x(x+1)\ldots(x+n+p)} \int_0^1 \varphi^{(n+p+1)}(z) z^{x+n+p}\, dz, \end{aligned} \right.$$

expression qui est valable, pourvu que $\Omega(x)$ soit convergente pour la valeur de x en question.

» La démonstration des formules (3) et (4) peut être établie en multipliant par $(1-z)^{x-1}$ la série (2) et celle obtenue en différentiant n fois par rapport à z; intégrant ensuite de $z=0$ à $z=1$ ces deux séries terme à terme, ce qui est permis parce que $\Omega(x)$ est convergente, on trouve précisément (3) et (4).

» Cela posé, on peut démontrer ce théorème général :

» *Les seules fonctions développables en série de factorielles sont des intégrales définies de la forme* (3), *où* $\varphi(z)$, *la fonction génératrice de la série* $\Omega(x)$, *doit satisfaire aux conditions suivantes :*

» 1° $\varphi(z)$ doit être holomorphe aux environs de $z=1$, et le rayon de convergence de la série de puissances (2) ne doit pas être plus petit que l'unité.

» 2° Le point $z=0$ peut être point singulier de $\varphi(z)$, mais non essentiel; au contraire, $\varphi(z)$ doit avoir des dérivées d'un ordre quelconque. De plus, soit $\varphi^{(p)}(+0)$ la première de ces dérivées qui deviendra infinie; il doit être possible de déterminer un nombre réel λ, n'étant pas égal à $+\infty$, tel que

$$(5)\qquad \lim_{z=+0} \left| \frac{\varphi^{(p)}(z) z^{x+p}}{\Gamma(x+p+1)} \right| = \left\{ \begin{matrix} 0, \\ \infty, \end{matrix} \right. \quad \text{selon que } \mathfrak{R}(x) \gtrless \lambda.$$

» 3° Si $\varphi(1-z)$ a des points singuliers outre $z=1$ dans la circonférence de son cercle de convergence, il doit être possible de déterminer aussi un nombre réel λ', n'étant pas égal à $+\infty$, tel que

$$(6)\qquad \lim_{n=\infty} \left| \frac{\varphi^{(n)}(1)}{\Gamma(x+n+1)} \right| = \left\{ \begin{matrix} 0, \\ \infty, \end{matrix} \right. \quad \text{selon que } \mathfrak{R}(x) \gtrless \lambda'.$$

» Nous désignerons toujours λ et λ' comme *le premier et le second nombre caractéristique de la fonction génératrice* $\varphi(z)$.

» Les recherches directes relatives à la convergence de $\Omega(x)$ montrent clairement que ces conditions énoncées sont nécessaires. De plus, appliquant l'intégrale de *Cauchy*, on voit que l'équation (5) entraînera cette autre

$$(7) \qquad \lim_{n=\infty}\left|\frac{\varphi^{(n)}(z)\,z^{x+n}}{\Gamma(x+n+1)}\right| = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}, \qquad \text{selon que } \mathfrak{R}(x) \gtrless \lambda',$$

et pourvu que $0 \leqq z < 1$. Cela posé, une intégration par parties démontrera facilement que les conditions nécessaires susdites sont *suffisantes* aussi ; de plus, on obtient cette autre proposition :

» *La série de factorielles* $\Omega(x)$ *ainsi obtenue est convergente ou divergente selon que* $\mathfrak{R}(x)$ *est plus grand ou non que* λ *et* λ'; *c'est-à-dire que la limite du champ de convergence, absolue ou non, de* $\Omega(x)$ *est une ligne droite perpendiculaire à l'axe des nombres réels.*

» Transformons maintenant l'intégrale (3) en posant $z = e^{-t}$; nous aurons

$$(8) \qquad \Omega(x) = \int_0^\infty f(t)\,e^{-tx}\,dt, \qquad f(t) = \varphi(e^{-t}),$$

ce qui donnera

$$(9) \qquad (-1)^n \varphi^{(n)}(1) = \sum_{s=0}^{s=n-1} C_n^s f^{n-s}(0),$$

où les C sont les nombres entiers définis par cette identité

$$x(x+1)\ldots(x+n-1) = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + \ldots + C_n^{n-1} x;$$

c'est-à-dire que notre théorème général vérifie le postulat de M. Schlömilch, savoir que l'origine des séries de factorielles doit être à chercher dans des intégrales définies de la forme (8).

» Or, notre théorème général connu, on déduira sur-le-champ tous les résultats connus relatifs aux séries de factorielles et plusieurs autres inaperçus jusqu'ici, comme nous le démontrerons dans une nouvelle Note. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations différentielles linéaires qui sont de la même espèce.* Note de M. **Alfred Lœwy**, présentée par M. Picard.

« Soient

$$(1) \qquad \frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x)\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + p_n(x) y = 0,$$

$$(2) \qquad \frac{d^{n_1} z}{dx^{n_1}} + q_1(x)\frac{d^{n_1-1} z}{dx^{n_1-1}} + \ldots + q_{n_1}(x) z = 0 \qquad (n_1 \leq n),$$

deux équations différentielles linéaires et homogènes à coefficients rationnels; nous supposons que la transformation

$$z = a_0(x) y + a_1(x)\frac{dy}{dx} + \ldots + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}$$

fasse passer des intégrales de l'équation (1) aux intégrales de l'équation (2), les coefficients $a_0(x)$, $a_1(x)$, ..., $a_{n-1}(x)$ étant des fonctions rationnelles de la variable x. On dit que l'équation (2) est de la même espèce que (1). Si $n = n_1$, le rapport est réciproque, l'équation (1) est aussi de la même espèce que (2). Si $n_1 < n$, l'équation (1) est réductible; dans ce cas il existe toujours une équation différentielle linéaire et homogène à coefficients rationnels dont (1) admet toutes les intégrales.

» I. Cela posé, nous désignons par $y_1, y_2, \ldots, y_n$ un système fondamental d'intégrales de l'équation (1) et nous formons les $\frac{n(n+1)}{2}$ fonctions

$$\left(\frac{d^\alpha y_i}{dx^\alpha}\right)^2, \quad \frac{d^\alpha y_i}{dx^\alpha}\frac{d^\alpha y_k}{dx^\alpha} \qquad (i, k = 1, 2, \ldots, n).$$

» Ces fonctions sont les intégrales d'une équation différentielle linéaire et homogène à coefficients rationnels $H_\alpha = 0$, dont l'ordre est $\leq \frac{n(n+1)}{2}$.

» Nous considérons l'infinité d'équations

$$H_0 = 0, \qquad H_1 = 0, \qquad H_2 = 0, \qquad \ldots,$$

qui correspondent à toutes les valeurs possibles de $\alpha = 0, 1, 2, \ldots$.

» L'une quelconque de ces équations est toujours de la même espèce que les diverses équations de la suite infinie qui sont de l'ordre $\frac{n(n+1)}{2}$.

» II. Nous formons les $\frac{n(n+1)}{2}$ fonctions (α étant différent de β) :

$$\frac{d^\alpha y_i}{dx^\alpha}\frac{d^\beta y_i}{dx^\beta}+\frac{d^\alpha y_i}{dx^\alpha}\frac{d^\beta y_k}{dx^\beta}+\frac{d^\beta y_i}{dx^\beta}\frac{d^\alpha y_k}{dx^\alpha} \qquad (i, k = 1, 2, \ldots, n).$$

» Ces fonctions satisfont à une équation différentielle linéaire et homogène à coefficients rationnels $H_{\alpha\beta}=0$, dont l'ordre est $\leqq \frac{n(n+1)}{2}$. Nous considérons la suite doublement infinie d'équations $H_{\alpha\beta}=0$ qui correspondent à toutes les valeurs possibles de α et β. Nous avons la suite :

$$\begin{array}{llll} H_{01}=0, & H_{02}=0, & H_{03}=0, & \ldots, \\ H_{12}=0, & H_{13}=0, & H_{14}=0, & \ldots, \\ H_{23}=0, & H_{24}=0, & H_{25}=0, & \ldots, \end{array}$$

» L'une quelconque des équations $H_{\alpha\beta}=0$ de cette suite doublement infinie est toujours de la même espèce que les diverses autres équations de la suite doublement infinie $H_{\alpha\beta}$ aussi bien que de la suite infinie H_α, supposé que les équations correspondantes ont l'ordre $\frac{n(n+1)}{2}$. De même chaque équation de la suite H_α est de la même espèce qu'une équation $H_{\alpha\beta}$ de l'ordre $\frac{n(n+1)}{2}$.

» III. Nous formons les n^2 fonctions

$$\frac{d^\alpha y_i}{dx^\alpha}\frac{d^\beta y_i}{dx^\beta}, \quad \frac{d^\alpha y_i}{dx^\alpha}\frac{d^\beta y_k}{dx^\beta} \qquad (i, k = 1, 2, \ldots, n).$$

» Ces fonctions satisfont à une équation différentielle linéaire et homogène à coefficients rationnels $L_{\alpha\beta}=0$; l'ordre de cette équation $L_{\alpha\beta}$ est $\leqq n^2$. Si l'on donne à α et β toutes les valeurs possibles 0, 1, 2, ..., on a une suite doublement infinie d'équations

$$\begin{array}{llll} L_{01}=0, & L_{02}=0, & L_{03}=0, & \ldots. \\ L_{12}=0, & L_{13}=0, & L_{14}=0, & \ldots, \\ L_{23}=0, & L_{24}=0, & \ldots\ldots, & \ldots. \end{array}$$

» Toutes les équations $L_{\alpha\beta}$ de l'ordre n^2 sont de la même espèce, et une équation d'un ordre inférieur, appartenant à la suite doublement infinie des équations $L_{\alpha\beta}=0$, est toujours de la même espèce qu'une équation quelconque de la suite qui a l'ordre n^2.

» Chaque équation $L_{\alpha\beta}=0$ est réductible; elle admet toutes les intégrales de l'équation $H_{\alpha\beta}=0$ et d'une autre équation différentielle linéaire

et homogène à coefficients rationnels $G_{\alpha\beta} = 0$. Sur l'équation $G_{\alpha\beta} = 0$, qui est de l'ordre $\leq \frac{n(n-1)}{2}$ et qui a les $\frac{n(n-1)}{2}$ fonctions

$$\frac{d^\alpha y_i}{dx^\alpha}\frac{d^\beta y_k}{dx^\beta} - \frac{d^\alpha y_k}{dx^\alpha}\frac{d^\beta y_i}{dx^\beta} \qquad (\alpha \gtrless \beta),$$

pour intégrales, on a appelé l'attention des analystes déjà à plusieurs reprises; d'après la terminologie de M. Schlesinger, l'équation $G_{\alpha\beta} = 0$ est une équation associée à l'équation (1). Si l'on connaît un système fondamental d'intégrales de $H_{\alpha\beta} = 0$ et de même de $G_{\alpha\beta} = 0$, on a intégré complètement $L_{\alpha\beta} = 0$.

» Si l'équation (1) et son adjointe de Lagrange

$$\frac{d^n z}{dx^n} - \frac{d^{n-1}(p_1 z)}{dx^{n-1}} + \frac{d^{n-2}(p_2 z)}{dx^{n-2}} - \ldots - (-1)^n p_n z = 0$$

sont de la même espèce, il y a toujours dans la suite doublement infinie $L_{\alpha\beta} = 0$ des équations qui ont une intégrale rationnelle.

» Pour que l'équation (1) et son adjointe de Lagrange soient de la même espèce, il est nécessaire que chaque équation $L_{\alpha\beta} = 0$ d'un ordre n^2 ait une intégrale rationnelle.

» Si l'une quelconque des équations $L_{\alpha\beta} = 0$ est d'ordre n^2 et a une intégrale rationnelle, l'équation (1) et son adjointe de Lagrange sont de la même espèce, ou l'équation (1) est réductible et une équation, dont toutes les intégrales sont aussi des intégrales de l'équation (1), est de la même espèce que l'adjointe de Lagrange de l'équation (1).

» En général, c'est-à-dire si l'équation (1) est prise arbitrairement, chaque équation $L_{\alpha\beta} = 0$ est d'ordre n^2 et non d'un ordre inférieur; car s'il n'y a pas une relation linéaire et homogène à coefficients constants entre les n^2 produits $y_i^{(\alpha)} y_k^{(\beta)}$, l'équation $L_{\alpha\beta} = 0$ est nécessairement d'ordre n^2. La formation de l'équation $L_{\alpha\beta} = 0$ est simple; de là résulte une condition nécessaire et suffisante pour les équations différentielles linéaires et homogènes, dont les intégrales satisfont à une telle relation. Si l'on adjoint, dans le cas d'une équation générale (1), au domaine de rationalité une fonction quelconque de x satisfaisant à une équation quelconque de la suite $L_{\alpha\beta} = 0$, après l'adjonction l'équation (1) et son adjointe de Lagrange sont de la même espèce, ou l'équation (1) devient réductible et, dans le domaine de rationalité plus étendu, une équation linéaire et homogène dont toutes les intégrales satisfont à l'équation (1) est de la même espèce que l'adjointe de Lagrange de l'équation (1). »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques théorèmes nouveaux sur les fonctions entières.* Note de M. **Ernst Lindelöf**, présentée par M. Picard.

« En étudiant la théorie des fonctions entières, j'ai été conduit à certains résultats nouveaux dont je signalerai ici quelques-uns, réservant l'exposition complète pour un Mémoire qui va paraître dans les *Actes de la Société des Sciences de Finlande*.

» 1. Soient $f(x)$ une fonction entière de genre fini, $M(r)$ le maximum de son module sur le cercle $|x| = r$, et $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ ses zéros, rangés par ordre de modules croissants. Une question fondamentale de la théorie qui nous occupe concerne la relation entre l'ordre de grandeur de $M(r)$ et la densité des zéros a; dans cette voie, nous avons obtenu le théorème suivant, qui sert à préciser notablement les résultats de MM. Hadamard et Borel :

» *Soient ρ un nombre positif non entier et $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\nu$ des nombres réels quelconques; si, quelque petit que soit le nombre positif ε, les conditions*

$$M(r) < e^{r^\rho (\log r)_1^{\alpha} \ldots (\log^{(\nu-1)} r)^{\alpha_{\nu-1}} (\log^{(\nu)} r)^{\alpha_\nu + \varepsilon}}$$

et

$$M(r) > e^{r^\rho (\log r)^{\alpha_1} \ldots (\log^{(\nu-1)} r)^{\alpha_{\nu-1}} (\log^{(\nu)} r)^{\alpha_\nu - \varepsilon}}$$

sont vérifiées, la première à partir d'une valeur finie de r, et la seconde pour une infinité de valeurs r croissant au delà de toute limite, on aura, quelque petit que soit ε,

$$|a_n| > [n \log n)^{-\alpha_1} \ldots (\log^{(\nu-1)} n)^{-\alpha_{\nu-1}} (\log^{(\nu)} n)^{-\alpha_\nu - \varepsilon}]^{\frac{1}{\rho}}$$

à partir d'un certain indice n, et, d'autre part,

$$|a_n| < [n \log n)^{-\alpha_1} \ldots (\log^{(\nu-1)} n)^{-\alpha_{\nu-1}} (\log^{(\nu)} n)^{-\alpha_\nu + \varepsilon}]^{\frac{1}{\rho}}$$

pour une infinité de valeurs n.

» *Si les conditions imposées à* $M(r)$ *sont vérifiées toutes les deux à partir d'une valeur finie de r, la dernière inégalité subsistera, comme l'avant-dernière, pour toutes les valeurs n dépassant une certaine limite.*

» 2. Étant donnée une série

$$c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \ldots + c_n x^n + \ldots$$

définissant une fonction entière de genre fini $f(x)$, on sait, d'après les

recherches de M. Poincaré, qu'il existe un nombre ρ (d'ailleurs le même qu'au n° 1) tel qu'on ait $\sqrt[n]{|c_n|} < \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\rho}-\varepsilon}$ pour n suffisamment grand, et $\sqrt[n]{|c_n|} > \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\rho}+\varepsilon}$ pour une infinité de valeurs n, et cela quelque petit qu'on ait donné ε. Inversement, si ces dernières conditions sont vérifiées, M. Hadamard a démontré que le genre de la fonction $f(x)$ est fini et égal au nombre entier qui précède immédiatement le nombre ρ, dans le cas où ρ n'est pas un entier, mais que, si ρ est un entier, il y a doute relativement au genre de $f(x)$, qui peut être égal à ρ ou à $\rho - 1$, suivant les cas. Toutefois, on est assuré qu'il est égal à ρ, si l'on n'a pas

$$(1) \qquad \lim_{n=\infty} n^{\frac{1}{\rho}} \sqrt[n]{|c_n|} = 0.$$

» Nous avons complété les résultats relatifs au cas où ρ est un nombre entier, en démontrant la proposition suivante :

» *Si la condition* (1) *est vérifiée, le genre de* $f(x)$ *est égal à* $\rho - 1$ *toutes les fois que la série* $\sum \left|\frac{1}{a_n}\right|^\rho$ *converge, ce qui aura lieu par exemple dans les cas où l'on peut trouver un entier* ν *et un nombre* $\alpha > 1$ *tels qu'on ait, pour n suffisamment grand,*

$$\sqrt[n]{|c_n|} < [n \log n \ldots \log^{(\nu-1)} n \, (\log^{(\nu)} n)^\alpha]^{-\frac{1}{\rho}}.$$

» 3. L'origine des difficultés qu'on rencontre dans les cas où ρ est un nombre entier est mise en évidence par les formules asymptotiques que la théorie de Cauchy nous a fournies pour certains produits infinis, et que nous appliquerons ici à quelques exemples très particuliers.

» L'argument de la variable complexe x gardant une valeur fixe quelconque comprise entre $-\pi$ et $+\pi$, on a ces formules

$$(2) \qquad \prod\left(1 + \frac{x}{[n(\log n)^\alpha]^{\frac{1}{\rho}}}\right) = e^{\frac{1+\varepsilon(x)}{\rho^\alpha} \frac{\pi}{\sin \rho\pi} \frac{x^\rho}{(\log x)^\alpha}} \qquad (\text{pour } \rho < 1),$$

et

$$(3) \qquad \prod\left(1 + \frac{x}{n(\log n)^\alpha}\right) = e^{\frac{1+\varepsilon(x)}{\alpha-1} \frac{x}{(\log x)^{\alpha-1}}} \qquad (\text{pour } \alpha > 1),$$

$\varepsilon(x)$ désignant une fonction quelconque tendant vers 0 lorsque $|x|$ tend vers ∞.

» En voici une première conséquence curieuse. Considérons la fonction du genre zéro :

(4) $$f(x)=\prod\left(1+\frac{x}{n(\log n)^\alpha}\right),$$

en supposant $1<\alpha<2$, et formons l'expression $f(x)+f(-x)$. C'est une fonction de x^2 que nous désignerons par $\varphi(x^2)$. Soient b_1, b_2, ..., b_n, ... les zéros de la fonction $\varphi(x)$ et $M(r)$ le maximum de son module sur le cercle $|x|=r$. De la formule (3) nous pouvons conclure

$$M(r)=e^{[1+\varepsilon(r)]\frac{2^{\alpha-1}}{\alpha-1}\frac{\sqrt{r}}{(\log r)^{\alpha-1}}} \qquad \left[\lim_{r=\infty}\varepsilon(r)=0\right],$$

et, par suite, le théorème du n° 1 nous donne, quelque petit que soit ε,

$$[n(\log n)^{\alpha-1-\varepsilon}]^2<|b_n|<[n(\log n)^{\alpha-1+\varepsilon}]^2$$

pour n suffisamment grand; d'où il suit que la série $\sum\frac{1}{\sqrt{|b_n|}}$ diverge. Comme les zéros de la fonction $f(x)+f(-x)$ sont respectivement égaux à $\pm\sqrt{b_1}$, $\pm\sqrt{b_2}$, ..., nous arrivons donc à cette conclusion :

» *Bien que les fonctions $f(x)$ et $f(-x)$ soient de genre* 0, *leur somme $f(x)+f(-x)$ est du genre* 1.

» En développant en série la fonction (4), on trouve

$$\sqrt[n]{c_n}=\frac{e}{\alpha-1}\frac{1+\varepsilon(n)}{n(\log n)^{\alpha-1}} \qquad \left[\lim_{n=\infty}\varepsilon(n)=0\right],$$

c_n désignant le coefficient de x^n. Or, il existe des fonctions de genre 1 dont les coefficients obéissent à cette même formule asymptotique, par exemple la fonction $(1+x)[f(x)+f(-x)]$. On voit donc que, *dans certains cas, le genre d'une fonction entière définie par une série donnée dépend, non pas de l'ordre de grandeur des coefficients de cette série, mais de leurs propriétés analytiques.*

» Il s'ensuit encore que certains problèmes relatifs aux fonctions entières, dont on avait en vain cherché la solution, échappent complètement aux considérations où n'intervient que l'ordre de grandeur des coefficients ou du module maximum $M(r)$. Telles sont les questions de savoir si, $f(x)$ étant une fonction de genre p, il en est toujours de même de la dérivée $f'(x)$, ou bien de la fonction $f(x)$ augmentée d'un polynome. Enfin nos formules asymptotiques permettent de préciser l'influence qu'exercent sur la croissance d'une fonction entière les arguments de ses zéros, question restée obscure jusqu'ici. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les invariants intégraux et les paramètres différentiels.* Note de M. **Alf. Guldberg**, présentée par M. Painlevé.

« Considérons un groupe continu (G) des deux variables x et y, et soit

$$J = \int \Omega(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)})\, dx$$

un invariant intégral du groupe (G), c'est-à-dire que la variation

$$\delta \int \Omega\, dx$$

de l'intégrale est nulle pour toutes les transformations infinitésimales du groupe (G). D'après la théorie de Sophus Lie, il faut et il suffit, pour que J soit un invariant intégral, que Ω soit une solution des équations aux dérivées partielles linéaires et homogènes [1]

$$\text{(A)} \qquad U^{(n)} f - \Omega\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} y'\right) \frac{\partial f}{\partial \Omega} = 0,$$

où $U f = \xi \frac{\partial f}{\partial x} + \eta \frac{\partial f}{\partial y}$ est le symbole général des transformations infinitésimales du groupe (G) et $U^{(n)} f$ désigne la transformation infinitésimale $U f$ n fois prolongée.

» *Si l'on connaît un invariant intégral du groupe* (G), *on connaît en même temps un paramètre différentiel de* G.

» En effet, cherchons un paramètre différentiel du groupe (G), c'est-à-dire une fonction $\omega(x, y, y', y'', \ldots, \varphi, \varphi')$ de x et y, des coefficients différentiels de y, et d'une fonction φ et φ', telle que, si φ est un invariant différentiel de G, ω soit aussi un invariant différentiel de G.

» Nous aurons

$$\delta\omega = \frac{\partial \omega}{\partial x}\delta x + \frac{\partial \omega}{\partial y}\delta y + \frac{\partial \omega}{\partial y'}\delta y' + \ldots + \frac{\partial \omega}{\partial \varphi}\delta\varphi + \frac{\partial \omega}{\partial \varphi'}\delta\varphi',$$

où $\delta\varphi' = -\varphi' \frac{d\delta x}{dx}$, et où $\delta\omega$ est nul, quand $\delta\varphi$ est nul, pour toutes les transformations infinitésimales du groupe G.

» Mais ces conditions mènent aux équations (A) quand on y remplace Ω par φ'.

---

[1] Sophus Lie, *Leipziger Berichte*, p. 350; 1897.

» Regardons, pour fixer les idées, un exemple. Soient G les groupes des mouvements du plan, dont les trois transformations infinitésimales sont

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial f}{\partial y}, \quad y\frac{\partial f}{\partial x} - x\frac{\partial f}{\partial y};$$

les équations (A) deviennent

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 0,$$

$$y\frac{\partial f}{\partial x} - x\frac{\partial f}{\partial y} - (1 + y'^2)\frac{\partial f}{\partial y'} - 3y'y''\frac{\partial f}{\partial y''} - \ldots - \Omega y'\frac{\partial f}{\partial \Omega} = 0.$$

» Un premier invariant intégral est $J = \int \Omega\, dx$, où

$$\Omega = a\sqrt{1 + y'^2}.$$

» Un paramètre différentiel est donc

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi'}{\sqrt{1 + y'^2}}. \text{ »}$$

GÉOMÉTRIE. — *Sur le mouvement d'une droite qui possède trois degrés de liberté.* Note de M. **René de Saussure**, présentée par M. H. Poincaré.

« *Définitions.* — Soit D une droite affectée d'un sens indiqué par une flèche et M un point de cette droite ; la figure (MD) est un *point dirigé.* Lorsqu'un point dirigé tourne autour d'un axe fixe, il décrit une *couronne;* le cercle décrit par le point M forme la *base* de la couronne. Lorsqu'un point dirigé tourne successivement autour de toutes les droites d'un faisceau plan, il décrit un *couronoïde;* la sphère décrite alors par le point M forme la *base* du couronoïde ([1]).

» Lorsqu'une droite D possède trois degrés de liberté, chacun de ses points peut se déplacer dans une direction arbitraire, à l'exception de deux points qui, eux, décrivent des éléments de surface. Soient N et N′ les normales à ces deux éléments. Tous les déplacements infiniment petits que pourra subir la droite D, ou le point dirigé (MD), seront donc des rotations autour d'axes instantanés rencontrant les normales N et N′. *Ces axes forment ainsi une congruence linéaire.*

([1]) Voir *Comptes rendus,* séance du 23 décembre 1901.

» Si l'on fait subir au point dirigé (MD) une rotation complète autour de chaque génératrice de cette congruence, ce point dirigé décrira une double infinité de couronnes, dont l'ensemble formera un système *tangent* au mouvement à trois degrés de liberté, puisque ce système contient toutes les positions du point dirigé dans le voisinage de la position (MD). Ce système tangent contient deux séries de couronoïdes, puisque la congruence contient deux séries de faisceaux plans ayant leurs centres sur les droites focales N ou N'. Ce système contient donc deux infinités triples de couronnes, puisque chaque couronoïde contient une double infinité de couronnes.

» Considérons le cas particulier où les droites N et N' se rencontrent, c'est-à-dire où toutes les droites de la congruence sont situées dans un même plan P. Remarquons d'abord qu'un système formé d'une triple infinité de points dirigés peut être regardé comme un *fluide géométrique*, où chaque point dirigé représente une molécule M du fluide et la direction D du mouvement de cette molécule.

» Ceci posé, considérons un point dirigé (MD) quelconque dans l'espace et faisons-lui subir une rotation complète autour de toutes les droites du plan P : ce point dirigé décrira une double infinité de couronnes dont l'ensemble forme un fluide géométrique que nous appellerons le *fluide à couronnes*. Tous les cercles décrits par le point M se recoupent en un point A, symétrique de M par rapport au plan P, et tous les hyperboloïdes décrits par la droite D se recoupent suivant une droite X, symétrique de D par rapport au plan P. Le point A est le *pôle* et la droite X l'*axe* du fluide à couronnes, car toutes les génératrices du fluide s'appuient sur X.

» Je dis que les lignes de flux du fluide à couronnes se composent de tous les cercles de l'espace tangents en A à la droite X. En effet, supposons pour un instant cette proposition démontrée; les propriétés de ce fluide seront les suivantes : toute sphère (ou tout cercle) passant par le pôle A rencontre toutes les lignes de flux au point A sous un même angle, donc cette sphère (ou ce cercle) recoupera une seconde fois les lignes de flux sous le même angle, puisque ces lignes sont des cercles. Il en résulte que : 1° *toute sphère (ou tout cercle) passant par le pôle est la base d'un couronoïde (ou d'une couronne) faisant partie du fluide ;* ce couronoïde a même pôle et même axe que le fluide à couronnes ; 2° *tout fluide à couronnes contient une triple infinité de couronoïdes et une quadruple infinité de couronnes;* 3° *par chaque point* M *d'un fluide à couronnes passe une double infinité de couronnes,* car on peut tracer une double infinité de cercles par le point M et par le

pôle A; les axes de toutes ces couronnes sont situés dans le plan perpendiculaire sur le milieu de AM, ce qui prouve la proposition admise plus haut sans démonstration et montre, en outre, que 4° *tout fluide à couronnes peut être engendré d'une triple infinité de manières différentes en faisant tourner un point dirigé autour de toutes les droites d'un plan;* 5° *étant donnés deux (ou trois) points dirigés quelconques dans un fluide à couronnes, la couronne (ou le couronoïde) déterminée par ces points dirigés appartient aussi au fluide,* car on peut toujours faire passer un cercle (ou une sphère) par les points donnés et par le pôle du fluide.

» *Application.* — Considérons un corps solide qui possède deux degrés de liberté autour d'un point fixe O et dont la position est définie par un point dirigé (MD); le point M décrit une sphère S autour du point O. On suppose connues un certain nombre de positions du point dirigé, positions que nous désignerons par les nombres 1, 2, 3, 4, 5, etc., et l'on demande de déterminer par interpolation toutes les positions intermédiaires que peut prendre le corps solide : on joindra deux à deux les points dirigés donnés par des couronnes; les bases de ces couronnes formeront sur la sphère S un réseau de triangles curvilignes 123, 234, 245, etc. Les points dirigés 1, 2, 3, par exemple, déterminent un couronoïde dont le pôle A est situé sur la sphère et dont l'axe passe par A; considérons le fluide à couronnes défini par la figure (AX). Si l'on trace tous les cercles de flux de ce fluide qui traversent le triangle 123, l'ensemble de ces cercles forme un *tube de flux* ayant la forme d'un croissant à section triangulaire, et ce tube détermine précisément sur la sphère S la portion du couronoïde qui a pour base le triangle 123. Si l'on construit de même les tubes de flux traversant chacun des autres triangles 234, 245, etc., l'ensemble de ces flux définira sur la sphère le mouvement complet à deux degrés de liberté du corps solide, car : 1° les flux ainsi obtenus contiennent toutes les positions données du point dirigé; 2° ces flux définissent un mouvement continu à deux degrés de liberté. En effet, deux triangles adjacents ayant toujours deux sommets communs, la couronne qui joint ces sommets fait partie des deux flux adjacents, c'est-à-dire que tous les flux se raccordent deux à deux sur la sphère pour former un seul flux continu à travers la surface de cette sphère. »

MÉCANIQUE. — *Tensions intérieures produites par deux forces égales et directement opposées agissant sur un solide indéfini. Applications.* Note de M. **Mesnager**, présentée par M. Maurice Levy.

« M. Flamant a montré (*Comptes rendus*, 20 juin 1898) qu'en élasticité à deux dimensions une force de compression p, appliquée normalement à la surface d'un solide limité à une droite et maintenu à l'infini, donne à l'intérieur des ellipses de Lamé réduites à une droite, égale à $-2p\cos\alpha:\pi r$, dirigée suivant la direction joignant le point pressé au point considéré.

» Dans un solide limité à une droite, tiré en un point de cette droite et maintenu à l'infini, et dans un solide identique pressé, les déformations sont, sur la droite limite, normales à cette droite, égales et de signe contraire. On peut donc réunir ces solides pour constituer un solide unique indéfini. Dans un semblable solide les tensions sont égales à $-f\cos\alpha : \pi r$; les lignes isostatiques sont des cercles concentriques au point d'application de la force f et des droites passant par ce point. Les tensions sont constantes le long de cercles ayant leur centre sur la direction de la force et passant par son point d'application. On peut couper le solide suivant les surfaces isostatiques rectilignes sans modifier la répartition des efforts intérieurs et obtenir ainsi la solution d'une série de problèmes.

» Si une série de forces agissant sur le solide se font équilibre, les réactions s'annulent à l'infini; on est dans le cas du solide libre.

» Pour déterminer le résultat de la superposition des efforts intérieurs, il est commode de se servir des théorèmes suivants :

» 1° Dans chacune des ellipses de Lamé, dont les actions se superposent, on choisit un axe, et pour direction positive sur cet axe celle qui forme un angle compris entre + et — un droit avec une direction arbitraire. On double tous les angles à partir de cette direction arbitraire, on porte en grandeur et en signe, sur chaque direction, l'excès de l'axe correspondant sur le second axe de la même ellipse. *La résultante géométrique de ces différences correspond à la direction d'un axe et est égale à l'excès de cet axe sur l'autre.*

» Cela découle immédiatement des formules des efforts intérieurs produits par une tension unique $2n$ sur différentes directions, efforts tangentiels résultant de différentes forces $2n$, somme de $n\sin 2\varphi$. Ils sont nuls pour la résultante; elle correspond donc bien à une direction

principale. Différence des efforts produits dans deux directions rectangulaires, $2n \cos 2\varphi$; leur somme égale la résultante.

» 2° *La somme algébrique des axes composants est égale à la somme algébrique des axes résultants.*

» Considérons deux points A et B soumis à des forces égales et directement opposés, un cercle de centre O passant par ces deux points et par un point quelconque C. L'un des axes résultant de la superposition des efforts $-f \cos \alpha : \pi r$, $-f \cos \alpha' : \pi r'$ produits suivant AC et BC, est dirigé suivant OC. Car AO, BO forment avec CO des angles doubles de AC et BC, et l'on reconnaît facilement que des parallèles aux directions AO et BO menées par C interceptent sur elles à partir de O des longueurs proportionnelles à $r' \cos \alpha$ et $r \cos \alpha'$.

» *Les surfaces isostatiques sont donc les cercles de la projection stéréographique construite avec* A *et* B *pour pôles.*

» Les axes se calculent sans difficulté.

» *Sur le cercle décrit sur* AB *comme diamètre les deux efforts principaux sont égaux, de même signe et constants.*

» En appliquant au solide indéfini deux tensions uniformes rectangulaires égales et de signe contraire à ces efforts principaux, on annule les efforts sur ce cercle, donc on peut couper le solide suivant ce cercle et le séparer sans rien changer. On obtient ainsi le cas du cylindre indéfini comprimé entre deux plans parallèles.

» Les formules du solide indéfini sont applicables au calcul du maximum des efforts dans un hourdis indéfini chargé uniformément et supporté par des poutres parallèles appuyées à leurs extrémités (cas des planchers en béton armé). Les efforts de compression, nuls aux extrémités, ne donnent des compressions sensibles sur l'axe qu'à partir d'une distance des extrémités telle qu'on puisse les assimiler à des efforts égaux et directement opposés agissant sur un solide indéfini dans tous les sens. »

PHYSICO-CHIMIE. — *Constantes critiques et complexité moléculaire d'hydrocarbures élevés.* Note de MM. **Ph.-A. Guye** et **Ed. Mallet**, présentée par M. Sarrau.

« 1. La détermination expérimentale des constantes critiques présente un grand intérêt pour le développement de la théorie générale des fluides; les paramètres caractéristiques de l'*équation d'état* d'un fluide en dépendent, quelle que soit la forme donnée à cette équation (Van der Waals, Clausius, Sarrau, Dieterici, Boltzmann, etc.).

» En second lieu, la connaissance des éléments critiques est indispensable lorsqu'on veut caractériser le degré de complexité moléculaire d'un fluide, dans ses deux phases (phase liquide et phase vapeur), entre la température ordinaire et la température critique.

» Divers Mémoires publiés ces dernières années ont démontré que les phénomènes de polymérisation moléculaire (association de molécules), surtout dans la phase liquide, sont plus nombreux qu'on ne le supposait de prime abord.

» Nous avons donc jugé utile d'effectuer de nouvelles mesures de constantes critiques en choisissant de préférence des corps appartenant à des groupes chimiques différents de ceux étudiés jusqu'à présent par la plupart des expérimentateurs qui ont abordé ces intéressantes questions, et, parmi ces composés, quelques-uns, si possible, à températures critiques élevées.

» Nous transcrivons dans le Tableau suivant une première série de résultats relatifs à quelques hydrocarbures aromatiques complexes dont les premiers termes ont déjà été étudiés par MM. S. Young et Altschül.

Nom et formule.	T_c.	p_c.	K_c.	$a_1 \times 10^4$.	$b_1 \times 10^4$.	$a \times 10^{-6}$.	b.
Durène $C^6H^2(CH^3)^4$.........	675,5	28,6	23,62	1046,0	116,4	45,36	242,4
Diphénylméthane $(C^6H^5)^2CH^2$.	770,0	28,2	27,30	1419,0	136,5	38,25	224,1
Biphényle $C^6H^5 - C^6H^5$.....	768,6	31,8	24,17	1224,0	119,4	52,81	248,0
Naphtaline $C^{10}H^8$...........	741,2	39,2	18,89	886,6	91,49	39,79	193,8

» Les températures critiques T_c sont comptées depuis le zéro absolu

$$(T_c = 273 + t_c).$$

Les pressions critiques p_c sont exprimées en atmosphères (ramenées au manomètre absolu) (¹).

» Au moyen des données critiques expérimentales on a calculé les valeurs des constantes de l'équation d'état sous sa forme classique $\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$.

» Les quantités a_1 et b_1 se rapportent à l'équation ramenée au volume-unité; a et b à la molécule-gramme dans le système centimètre-cube-atmosphère ($R = 82,09$) (²).

» 2. Pour caractériser ensuite la complexité moléculaire des composés

---

(¹) Pour le détail des méthodes et des mesures, l'examen des causes d'erreur, la purification des corps, la discussion complète des résultats, nous renvoyons à un Mémoire complet qui paraîtra prochainement dans les *Archives des Sciences physiques et naturelles*, de Genève.

(²) Sur le calcul de ces constantes, *voir* la Note de MM. Guye et Friderich (*Arch. c. phys. nat.*, 4ᵉ série, t. IX, p. 505).

ci-dessus dans la phase liquide et dans la phase vapeur jusqu'au point critique, nous avons considéré les quantités ci-après :

» 1° Le rapport de la réfraction moléculaire $MR = \frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{M}{d}$ (si possible rapportée à une longueur d'onde infinie) au coefficient critique $K_c = \frac{T_c}{p_c}$ (Guye);

» 2° Le rapport de la densité critique réelle D_c (calculée simplement par la règle de Mathias dite du *tiers de la densité*) à la densité critique théorique D (S. Young);

» 3° La constante $f = \frac{\log p_c - \log p}{T_c - T} T$, expression dans laquelle T_c et p_c représentent les éléments critiques, T la température d'ébullition sous la pression ordinaire p, voisine de 1^{atm} (Guye).

» Voici les valeurs de ces trois éléments numériques :

Corps.	MR : K_c.	D_c : D.	f.
Durène............	1,86	4,09	3,17
Diphénylméthane....	1,96	4,08	3,29
Biphényle..........	2,05	4,26	3,27
Naphtaline..........	2,22	3,88	3,13

» La connaissance de ces trois éléments est suffisante pour établir, qualitativement au moins, si un fluide est polymérisé ou non à l'état critique, et, en dessous de cette température, dans la phase liquide et dans la phase vapeur. Il suffit, en effet, d'appliquer les règles suivantes qui résument les cas les plus typiques :

» 1° Le fluide n'est pas polymérisé à l'état critique si le rapport MR : K_c est voisin de 1,8 ou même un peu supérieur, et si le rapport D_c : D est voisin de 3,9 à 4,0; il est polymérisé si le premier rapport est nettement inférieur à 1,8 et le second nettement supérieur à 3,9 à 4,0.

» 2° Le fluide est de complexité moléculaire normale dans les deux phases, entre le point d'ébullition et le point critique, si l'on a simultanément les relations suivantes :

MR : K_c voisin de 1,8, D_c : D voisin de 3,9-4,0 et f voisin de 3,1.

» 3° Le fluide est polymérisé, entre le point d'ébullition et le point critique, dans la phase liquide à basse température, et dépolymérisé dans la phase vapeur et à l'état critique si l'on a simultanément les relations suivantes :

MR : K_c voisin de 1,8, D_c : D voisin de 3,9-4,0 et f supérieur à 3,1.

» 4° Le fluide est polymérisé dans les deux phases jusqu'à l'état critique, généralement avec faible dépolymérisation sous cet état, si l'on a simultanément les relations suivantes : MR : K_c inférieur à 1,8; D_c : D supérieur à 3,9 et f voisin de 3,1.

» La simple inspection des valeurs numériques des quantités MR : K_c, D_c : D et f consignées plus haut démontre nettement que les hydrocarbures sur lesquels ont porté nos mesures doivent être considérés comme des fluides normaux dont la grandeur moléculaire est bien représentée par leurs poids moléculaires usuels M, entre le point d'ébullition et le point critique, aussi bien dans la phase liquide que dans la phase vapeur et jusqu'à l'état critique. Ces conclusions sont la confirmation et la généralisation de ce qui a été établi antérieurement, mais seulement pour des intervalles de températures restreints, par la mesure des densités de vapeur des hydrocarbures, en général, en ce qui concerne la phase vapeur et, plus récemment, par la mesure des ascensions capillaires [hexane, *m.*-xylène, mésitylène, durène, pentaméthylbenzène, biphényle, diphényléthane (¹), diphénylméthane, naphtaline, acénaphtène] en ce qui concerne la phase liquide (²). »

ÉLECTRICITÉ. — *Extension des deux lois de Kirchhoff.* Note de M. E. CARVALLO, présentée par M. A. Cornu.

« 1. INTRODUCTION. — Le problème de la distribution des courants en régime permanent dans un réseau de conducteurs filiformes muni de générateurs et de récepteurs donnés est entièrement résolu par les deux lois de Kirchhoff, savoir :

» Première loi. — *La somme algébrique des intensités des courants qui aboutissent à un point du réseau est nulle.*

» Deuxième loi. — *La somme algébrique des forces électromotrices des générateurs, des récepteurs et de Joule qu'on rencontre sur un contour fermé faisant partie du réseau est nulle.*

» 2. EXTENSION DES LOIS DE KIRCHHOFF AUX CONDUCTEURS A TROIS DIMENSIONS. — Maxwell a défini le courant de conduction p au moyen de l'intensité i comme on définit le vecteur vitesse en un point d'un fluide au moyen du débit. Si C est la conductibilité, le vecteur $-\frac{p}{C}$ représente la force contre-électromotrice due à l'effet Joule par unité de volume. On peut définir de même un vecteur qui représente les forces électromotrices des piles, des effets Peltier et Thomson (³). La résultante de ce vecteur

(¹) DUTOIT et FRIDERICH, *Arch. de Ph. nat.* (Genève), 4ᵉ série, t. IX, p. 105.
(²) Travail fait au laboratoire de Chimie physique de l'Université de Genève.
(³) Ces forces doivent être théoriquement mesurées, comme celle de Joule, par des

et de $-\frac{p}{C}$ est la force électromotrice résultante P. Avec ces deux notions vectorielles, courant p et force électromotrice P, les deux lois s'énoncent ainsi :

» *Le flux du courant de conduction à travers une surface fermée est nul.*

» *L'intégrale de la force électromotrice le long d'un contour fermé est nulle.*

» Les deux énoncés supposent les courants établis à l'état de régime, le deuxième suppose en outre qu'on ne sort pas du conducteur. Pour lever ces restrictions, j'invoquerai une expérience bien connue.

» 3. Charge d'un condensateur par le courant d'une pile. — Pendant sa courte durée, le courant débite une quantité d'électricité

$$q = \int i\,dt$$

mesurée par des procédés dynamiques (voltamètre, galvanomètre balistique).

» Une première loi expérimentale est celle-ci : les faces A et B du condensateur prennent des charges qui, mesurées par des procédés électrostatiques, sont proportionnelles à $+q$ et à $-q$. Elles sont réparties sur la surface S du condensateur, de sorte que la densité superficielle peut être représentée par $\frac{q}{S}$, en choisissant les unités de façon que le coefficient de proportionnalité soit égal au nombre *un* [1]. La force électrique du champ entre les deux faces du condensateur est, d'après les formules de l'Électrostatique,

$$X = 4\pi k \frac{q}{S}. \qquad (1)$$

» Une deuxième loi expérimentale est que le courant de charge s'arrête quand la différence des valeurs du potentiel ψ entre les armatures A et B est égale à la force électromotrice E de la pile de charge *mesurée par des*

---

procédés dynamiques (quotient d'une quantité d'énergie par une quantité d'électricité), à l'exclusion des procédés statiques (électromètre), sous peine de tomber dans les confusions qui ont obscurci la question des forces électromotrices de contact appelées improprement différences de potentiel au contact.

[1] Dans ce système d'unités, le coefficient $k\left(\frac{1}{K}\text{ de Maxwell}\right)$ de la loi de Coulomb $F = k\frac{qq'}{r^2}$ a les dimensions du carré d'une vitesse et l'expérience montre que cette vitesse est celle de la lumière.

procédés dynamiques :

$$(2) \qquad E = \psi_A - \psi_B.$$

Ces deux lois constituent la généralisation de celles de Kirchhoff comme je vais l'expliquer.

» 4. Extension de la première loi de Kirchhoff aux courants variables. — Je considère une surface fermée qui enveloppe l'armature positive A du condensateur, mais qui laisse l'armature B à l'extérieur. A travers cette surface et à l'époque t de la période de charge, je considère deux flux : le flux du courant p qui pénètre par le conducteur de charge, c'est l'intensité $i = \frac{dq}{dt}$ d'après la définition de p; puis le flux de la force électrique X qui sort par la partie de la surface située entre les armatures, c'est $4\pi kq$ d'après les formules de l'Électrostatique. Le premier flux $\frac{dq}{dt}$ est égal au quotient par $4\pi k$ de la dérivée du second $4\pi kq$, c'est-à-dire au flux du vecteur $\frac{1}{4\pi k}\frac{dX}{dt}$. Ainsi le vecteur $\frac{1}{4\pi k}\frac{dX}{dt} = p_1$ complète le vecteur p, de façon que le flux total de ces deux vecteurs est nul ; p_1 est le *courant de déplacement* de Maxwell; $p + p_1$ est le *courant total*, il se réduit à p dans un conducteur parfait, à p_1 dans un diélectrique parfait. La première loi de Kirchhoff généralisée s'énonce donc ainsi :

» *Le flux du courant total à travers une surface fermée quelconque est nul.*

» 5. Extension de la deuxième loi de kirchhoff aux diélectriques. — La formule (2), qui représente la deuxième loi du n° 3, peut s'écrire

$$0 = E + \psi_B - \psi_A.$$

$\psi_B - \psi_A$ est donc une force électromotrice qui équilibre la force électromotrice E qu'on trouve dans le circuit conducteur; par définition du potentiel $\psi_B - \psi_A$ est l'intégrale changée de signe de la force électrique X suivant le chemin qui va de A à B à travers le diélectrique. Si donc on considère un contour contenant deux parties, l'une dans le conducteur, l'autre dans le diélectrique, on trouve en chaque point une force électromotrice, P dans le conducteur, $P_1 = -X$ dans le diélectrique. Si le champ magnétique est variable, l'étude des courants d'induction enseigne qu'il faut ajouter à l'intégrale des forces électromotrices le long du contour la dérivée changée de signe du flux de l'induction magnétique a à travers ce contour. Telles sont les forces électromotrices que l'expérience révèle. Pourvu qu'on en tienne compte, l'énoncé de la deuxième loi demeure inchangé :

» *La force électromotrice totale qui règne dans un contour fermé est nulle.*

» Les vérifications expérimentales de cette loi généralisée sont nombreuses : elles résultent de l'exploration du potentiel le long du conducteur d'un courant à l'aide de l'électromètre.

» 6. Conclusions. — Nous avons obtenu deux lois générales :

» Première loi. — *Le flux du courant total à travers toute surface fermée est nul.*

» Deuxième loi. — *La force électromotrice totale qui règne dans tout circuit fermé est nulle.*

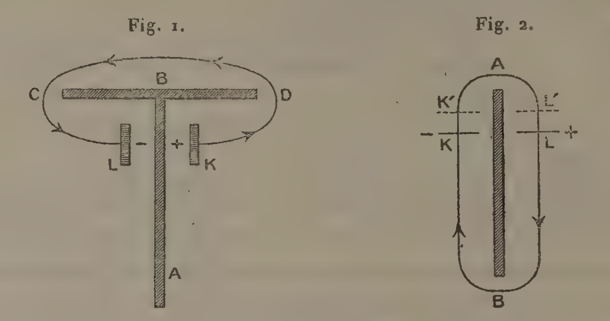
» La première loi peut être trouvée dans les formules de Maxwell (éq. E. n° 607); mais elle y apparaît comme la conséquence mathématique d'une hypothèse sur le champ magnétique produit par un courant ouvert et non comme un fait expérimental directement observable. Quant à la deuxième loi, les formules de Maxwell ne sauraient y conduire. Je la crois nouvelle. Il est intéressant de constater que toutes deux ne sont que des extensions des deux lois de Kirchhoff. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une nouvelle réaction entre les tubes électrostatiques et les isolateurs.* Note de M. W. de Nicolaiève, présentée par M. H. Poincaré.

« Cette réaction spéciale s'observe dans le champ électrostatique que l'auteur a manifesté dans le sein des électrolytes pendant le passage du courant; les tubes de ce champ coïncident avec les lignes du courant, par suite, les matières isolantes, qui sont diélectriques pour les tubes du champ ordinaire, se comportent dans les électrolytes comme des matières diélectriques parfaites, c'est-à-dire dépourvues de perméabilité électrique. La Note relative aux divers effets du champ électrostatique au sein des électrolytes a été insérée dans les *Comptes rendus*.

» *Première expérience.* — On place dans l'eau distillée un système de deux plaques verticales isolatrices, réciproquement perpendiculaires, dont les sections horizontales (AB) et (CD) ont la forme d'un T (*fig.* 1); dans les angles dièdres, formés par les plaques, immergent deux bandes d'étain de 15^{cm} à 20^{cm} de longueur et dont les sections horizontales sont (K) et (L). Sous l'influence des tubes de l'espèce (KDBCL), qui se forment dans l'eau pendant le passage du courant le long des bandes, ces dernières divergent et, si elles étaient chargées par les pôles d'un transformateur de 300 volts, les extrémités se déplaceraient de 20^{mm} vers (C) et (D); le complexe des tubes semblables à (KDBCL) peuvent exister seulement grâce à la réaction du diaphragme sur eux; au contraire, les tubes agissent sur ce dernier en le comprimant.

» *Deuxième expérience.* — Deux bandes (K) et (L) (*fig.* 2) sont suspendues dans l'eau et séparées l'une de l'autre par une cloison en verre (AB); les tubes électrostatiques de l'espèce (LAK) déplacent les bandes dans les positions (K') et (L'), de sorte



que deux corps, unis par les forces réactives, se déplacent dans une même direction, ce qui est contraire à la loi fondamentale de la réaction ; la seule explication plausible est que l'arête (A) réagit sur les tubes (LAK), qui jouent le rôle d'un élastique tendu, appuyé sur l'arête et tirant les bandes.

» *Troisième expérience.* — Deux fils ou bandes métalliques (K) et (L) (*fig.* 2), immergés dans l'eau, sont fixes et la cloison (AB) en mica, flottant au moyen d'un bouchon, est mobile; étant dans la position (AB), elle se meut de (A) vers (B), contrairement au mouvement des bandes mobiles dans la deuxième expérience ; c'est la différence des tensions des tubes (LAK) et (LBK) qui constitue la force motrice. Quand l'arête (A) a passé la ligne des électrodes (KL), les tubes issus des autres faces des électrodes agissent toujours dans la même direction ; quand le mica est parallèle au plan (KL), elle s'éloigne d'eux ; ce mouvement est produit par les poussées des tubes ; de pareilles poussées doivent éprouver les parois des vases contenant les électrolytes. Pour contrôler l'expérience et se persuader que ce ne sont pas les courants au sein du liquide qui produisent les mouvements du mica, on mettait en série deux électrolytes dont l'un et l'autre étaient de l'eau distillée ; après que le mica s'était mû dans un électrolyte, on dissolvait dedans une petite quantité de sel de chlorure de sodium ; le courant devenait plus fort, mais le champ électrostatique devenait plus faible et le mica ne montrait presque aucune trace de mouvement [1]. L'auteur a l'intention de faire la troisième expérience au sein des gaz raréfiés, ou par l'effet de l'ionisation. Les tubes électrostatiques peuvent aussi coïncider avec les tubes du courant, mais où aussi entrera en compte l'influence des lignes statiques sur les parois.

» *Quatrième expérience.* — Un pendule en mica, mobile autour d'un axe léger en verre, parallèle à la ligne des électrodes et placé perpendiculairement à la ligne des électrodes d'une machine électrostatique de Holz, s'éloigne des électrodes si une partie du pendule masque la ligne des électrodes et oblige l'étincelle à se détourner de

---

[1] Les feuilles d'étain, flottant dans l'eau au lieu des plaques de mica, se comportaient d'une manière contraire.

la voie la plus directe. Si l'air est ionisé par les charges des électrodes, l'effet peut être attribué aux réactions des tubes électrostatiques sur le bord du mica ; autrement, la cause du mouvement est tout autre. »

PHYSIOLOGIE. — *Action des courants de haute fréquence (application directe) sur les animaux.* Note de MM. H. **Bordier** et **Lecomte**, présentée par M. d'Arsonval.

« Depuis les belles expériences de M. d'Arsonval, on sait que les courants de haute fréquence appliqués directement sur l'homme ne sont accompagnés d'aucune sensation, malgré l'énorme énergie (720 watts avec le dispositif de M. d'Arsonval) mise en jeu et capable de porter au blanc éblouissant le filament de plusieurs lampes à incandescence placées en tension dans le circuit.

» L'application directe s'obtient en prenant le courant aux deux extrémités du solénoïde à gros fil de l'appareil producteur de la haute fréquence.

» On a donné, de l'absence de sensation, plusieurs explications; certains auteurs ont même prétendu que ces courants s'écoulaient par la surface du corps sans pénétrer dans la profondeur de l'organisme. Les expériences que nous avons faites sur les animaux viennent donner un démenti formel à cette dernière opinion et une entière confirmation aux idées soutenues par M. d'Arsonval.

» Le dispositif dont nous nous servons pour obtenir les courants de haute fréquence consiste en une bobine de Ruhmkorff de $0^m,55$ d'étincelle actionnée par du courant continu à 120 volts et interrompu périodiquement au moyen de l'interrupteur de Wehnelt à refroidissement. Les bornes du fil secondaire de la bobine sont reliées aux armatures de deux condensateurs plans munis d'un détonateur.

» Nos premières expériences furent faites sur le lapin; le courant était amené à l'animal à l'aide de deux colliers métalliques enserrant, d'une part, le cou et, d'autre part, l'abdomen.

L'intensité du courant était mesurée avec le galvanomètre thermique de d'Arsonval-Gaiffe gradué en milliampères.

» *Première expérience.* — Les connexions étant établies comme il vient d'être dit, on lance le courant qu'on interrompt après une minute : l'intensité a été de 400 milliampères. On enlève les colliers et l'on constate que l'animal présente une paraplégie du train postérieur. Ce lapin mourait douze jours après.

» *Deuxième expérience.* — Le corps d'un homme est placé en tension dans le

circuit où se trouve le galvanomètre thermique et un lapin : on fait passer un courant pendant trois minutes. Intensité : 300 milliampères. Le sujet n'accuse absolument aucune sensation; le lapin est encore paralysé et meurt quatorze jours après l'expérience.

» Nous avons alors cherché à obtenir un meilleur contact et pour cela nous avons remplacé les colliers par deux électrodes, l'une rectale, l'autre buccale, s'appliquant bien sur les muqueuses.

» *Troisième expérience.* — On fixe solidement un lapin sur l'appareil à contention et l'on fait passer le courant; le galvanomètre indique une intensité supérieure à 500 milliampères.

» On constate une accélération de la respiration et un tétanos généralisé; après treize minutes la respiration se ralentit.

» On arrête le courant après quinze minutes : l'animal ne respire plus; son cœur bat deux ou trois fois encore, puis s'arrête à son tour. En déliant l'animal, on constate une rigidité cadavérique très marquée.

» Ces expériences prouvent bien que l'application directe des courants de haute fréquence est loin d'être inoffensive pour le lapin; elles démontrent en outre d'une façon péremptoire que ces courants traversent bien l'organisme et ne se propagent pas suivant la surface.

» Nous avons continué nos recherches sur d'autres animaux, le cobaye et le rat.

» *Quatrième expérience.* — Un cobaye ayant été disposé comme le lapin précédent, le courant a été établi pendant sept minutes : l'animal a cessé de vivre. Il présente aussi une rigidité cadavérique complète. A l'autopsie, on trouve de la congestion des deux poumons; les oreillettes sont gorgées de sang noir.

» *Cinquième expérience.* — Un rat pesant 155^{gr} est soumis à l'action directe des courants comme les animaux précédents. Après quarante secondes, on arrête le courant; l'animal ne respire plus; son cœur s'arrête après cinq ou six pulsations. Rigidité cadavérique très nette.

» Ces expériences sont, comme on le voit, concordantes : elles prouvent que la mort arrive d'autant plus vite que la taille de l'animal est plus petite.

» Nos résultats ont été publiés dans la thèse de l'un de nous (Lecomte) le 4 décembre. Des recherches du même genre faites par M. Jellinek sur des lapins et publiées dans la *Semaine médicale* du 18 décembre viennent confirmer entièrement nos constatations. Quant à l'explication des accidents mortels il est très probable qu'il faille la chercher dans des phénomènes d'inhibition développés par ces courants dans les centres nerveux respiratoires.

» Nous pensons que nos expériences peuvent être rapprochées de ce qui se passe chez l'homme dans le cas de la foudre et du choc en retour, en se rappelant que les éclairs produisent aussi des oscillations électriques et un champ hertzien autrement puissant que celui qui était concentré par le corps de nos animaux et provenant de notre dispositif relativement peu énergique. »

Remarques au sujet de la Communication de MM. Bordier *et* Lecomte, par M. d'Arsonval.

« Les faits signalés ci-dessus comportent quelques réflexions pouvant intéresser les expérimentateurs et les médecins qui font usage des courants de haute fréquence.

» Et tout d'abord ils sont parfaitement exacts; j'ai eu l'occasion, de mon côté, de constater des phénomènes semblables. J'ai montré, notamment en 1896, à mon cours du Collège de France et à la Société de Biologie, des lapins et des cochons d'Inde chez lesquels le passage *direct* des courants à haute fréquence avait amené une amputation complète des membres. Ces animaux m'avaient servi pour faire *in vivo* des atténuations microbiennes par la haute fréquence. Pour faire passer ces courants très intenses (plus d'un ampère chez le lapin), l'animal était fixé sur une planchette percée de deux trous, l'un en avant où passaient les pattes d'avant, l'autre en arrière où étaient engagées les cuisses. Les pôles du solénoïde étaient reliés à deux vases pleins d'eau sur lesquels l'animal établissait un pont, le courant pénétrant par les pattes postérieuses et ressortant par les pattes antérieures après avoir traversé le corps. Tout autre système d'électrodes avait dû être rejeté à cause de l'échauffement considérable des tissus aux points de pénétration du courant.

» Malgré ces précautions, les membres devenaient rapidement brûlants, et en continuant à faire passer le courant on les cuisait littéralement, au point que chez plusieurs animaux les membres se détachèrent complètement du corps six à dix jours plus tard.

» Quelques-uns des animaux ainsi traités moururent immédiatement, et à l'autopsie je trouvai des caillots dans le cœur et les gros vaisseaux; *il n'y avait pas eu de contractions musculaires*.

» Dans ces conditions, de même que dans les expériences signalées ci-dessus, je crois que la paraplégie ainsi que la mort immédiate ou différée sont, en grande partie au moins, le fait de la chaleur développée

dans les tissus et des coagulations ou embolies qu'elle détermine. Dans les cas de MM. Bordier et Lecomte, cette élévation de température est encore plus grande, puisqu'elle se complique de contractions musculaires et de phénomènes tétaniques généralisés. L'hyperthermie peut donc expliquer à elle seule, à la rigueur, l'arrêt du cœur. On constate très bien sur soi-même cette sensation de chaleur aux poignets quand on saisit des deux mains les pôles du solénoïde. En allumant des lampes à incandescence entre deux personnes, il est difficile de dépasser (et cela seulement pour quelques instants) deux ampères, à cause de cette sensation de chaleur.

» Quant aux secousses et aux contractions musculaires signalées ci-dessus, il faut absolument les éviter quand on veut étudier les actions propres des courants à haute fréquence.

» Si l'on en obtient cela prouve : ou que le courant est trop dense pour la fréquence employée, ou que l'appareil est mal réglé pour une des causes ci-dessous [1] :

» 1° Détonateur mal réglé comme distance explosive;

» 2° Boules déformées ou mal polies;

» 3° Étincelle insuffisamment soufflée et ayant encore de l'arc;

» 4° Mauvais contact ou petite interruption dans les circuits, tant de basse que de haute fréquence;

» 5° Armatures du condensateur mal appliquées sur le diélectrique;

» 6° Capacité trop grande;

» 7° Self trop grande;

» 8° Nature de la source électrique : on obtient mieux généralement avec l'interrupteur à mercure qu'avec le Wenhelt lorsqu'on se sert de la bobine. On arrive toujours, après quelques tâtonnements, à supprimer toute sensation et toute contraction musculaire. Cela est absolument essentiel si l'on ne veut pas compliquer les effets dus à la haute fréquence seule des phénomènes complexes provoqués par la sensibilité et la contraction musculaire. Toutes les fois que je parle des actions de la haute fréquence il est bien entendu qu'il s'agit de haute fréquence *pure*, n'excitant ni les nerfs sensitifs, ni les muscles.

---

[1] L'opinion que les courants de haute fréquence ne peuvent provoquer ni contractions, ni douleurs, est assez répandue. C'est là une erreur, la tolérance de l'organisme pour les courants alternatifs augmente avec la fréquence, dans des proportions énormes il est vrai, mais ne saurait être indéfinie. L'effet Joule suffirait à lui seul à l'empêcher, sans parler des autres phénomènes.

» Je n'insisterai pas sur la théorie surannée, encore admise par quelques auteurs, qui attribue l'innocuité des courants de haute fréquence à leur écoulement superficiel.

» J'ai montré par toute une série de faits physiologiques que ces courants pénétraient au plus profond des tissus. Même au point de vue physique cette théorie est une hérésie quand il s'agit de conducteurs ayant la résistance spécifique des tissus. Le calcul montre en effet que du courant à la fréquence 500000 circulant dans le bras (résistance spécifique, *au moins* 7 ohms-centimètre) ne subit aucune réduction appréciable au centre. Je l'ai prouvé également par les mesures directes (voir ma Note aux *Comptes rendus* du 6 juillet 1896).

» Comme conclusion je terminerai en disant : lorsqu'on étudie l'action des courants à haute fréquence, il faut éviter trois choses :

» 1° Toute action sur la sensibilité;

» 2° Toute contraction musculaire;

» 3° Toute élévation *anormale* de température. »

PHYSIQUE. — *Sur l'existence de rayons qui subissent la réflexion, dans le rayonnement émis par un mélange de chlorures de radium et de baryum.* Note de M. **Th. Tommasina**, présentée par M. A. Cornu.

« Différents modes d'observation m'avaient laissé entrevoir l'existence de rayons qui subissent la réflexion dans les radiations émises par certains corps radio-actifs. Les modifications expérimentales que je vais décrire m'ont permis de les mettre en évidence et de les séparer des autres, partiellement, sinon complètement. Le premier dispositif est le suivant :

» Un miroir concave parabolique en cuivre argenté, de 25^{mm} de foyer et 12^{cm} d'ouverture, est percé à son centre et muni d'un tube de cuivre de 11^{mm} de diamètre intérieur. Dans ce dernier entre, à frottement doux, un tube de caoutchouc un peu rigide, dans lequel est à moitié enfoncé un petit tube radiant, contenant des chlorures de radium et de baryum. Le tube de caoutchouc est fixé à un support à pinces tournantes, qui permettent de modifier facilement l'orientation du miroir sans secouer les corps radioactifs. On peut ainsi ôter et replacer rapidement, soit le miroir, soit le tube radiant, sans que tout le dispositif ne subisse aucun autre changement.

» Cet appareil est placé sur une table en contrebas de celle sur laquelle se trouve l'électroscope Curie, auquel a été enlevé, pour cette expérience, le disque inférieur.

» Le foyer du miroir où se trouve le tube radiant était à 65^{cm} du centre du disque supérieur et à 45^{cm} en contrebas, l'axe du miroir étant dirigé vers ce même centre.

» L'électroscope a été électrisé, soit négativement, soit positivement, au moyen d'actions très faibles, de façon à porter la divergence de la feuille d'or un peu plus loin que la 200e division de l'échelle de la lunette de l'électroscope, pour éviter de faire des lectures pendant les irrégularités de la marche initiale, et pour ne pas trop influencer le milieu et l'appareil, par le flux électrique intense des bâtons de résine ou de verre frottés. Ces expériences sont très délicates et, justement à cause de cette dernière action, ne peuvent avoir une longue durée.

» Voici quelques-unes des séries d'observations qui mettent en évidence l'action du miroir sur une partie du rayonnement. Les chiffres des premières colonnes indiquent la division de l'échelle où se trouvait la feuille d'or après un temps, toujours égal, de soixante secondes; ceux des deuxièmes colonnes indiquent les nombres des divisions comprises entre deux chiffres successifs des premières colonnes, donnant ainsi la diminution de l'électrisation de l'électroscope après chaque minute.

Séries avec électrisation négative.

Sans miroir.		Avec miroir.		Sans tube radiant.	
200		200		200	
185	15	160	40	198	2
169	16	122	38	165	
153	16	89	33	163	2
136	17	56	33	90	
119	17	26	30	88,5	1,5
103	16			24,5	
89	14			23	1,5
75	14				
62	13				
49	13				

Séries avec électrisation positive.

185		200		200	
166	19	160	40	198	2
148	18	123	37	161	
130	18	89	34	159,5	1,5
113	17	56	33	115	
97	16			113	2
80	17			75	
65	15			73,5	1,5
51	14				

» Des séries plus régulières ont été obtenues; je ne présente que des moyennes pour donner une idée plus exacte de l'ensemble de ces mesures, lesquelles démontrent que le miroir double l'effet du tube. Cette forte augmentation semble établir que l'action ne peut pas être due seulement

aux rayons secondaires émis par la surface du miroir sous l'action des rayons directs et partant normalement de leurs points d'incidence. D'autant plus que ces rayons, à cause de la forme parabolique du miroir, devraient venir tous se croiser le long de la ligne axiale, dans la continuation de l'axe du tube radiant, à proximité de ce dernier, et suivant la droite qui réunit le foyer du miroir avec le centre du disque de l'électromètre. J'ai pensé les éliminer, de même que les rayons directs émis par le tube dans cette direction, par la modification suivante :

» Un cylindre en fer de 8^{cm} de diamètre et 20^{cm} de longueur a été placé longitudinalement dans la direction axiale entre l'électromètre et le miroir, à 2^{cm} de ce dernier. Le miroir concave n'ayant que 12^{cm} d'ouverture, sa zone efficace était ainsi réduite à une bande annulaire de 2^{cm} d'épaisseur. Le bord du miroir est courbé en dehors de telle façon que les points qui pourraient envoyer des rayons secondaires dans la direction de l'électroscope ne sont pas exposés aux rayons directs des corps radioactifs qui se trouvent dans le foyer du miroir parabolique.

» Les nouvelles séries obtenues m'ont permis d'établir que l'action du miroir compensait celle du cylindre en fer, de façon qu'on avait approximativement les mêmes chiffres par le tube muni de miroir, avec cylindre de fer interposé, que par le tube sans miroir et sans le cylindre, celui-ci ôtant presque les deux tiers de l'action du tube radiant sur l'électroscope. Le phénomène de la réflexion était ainsi mis en évidence.

» La grande facilité de pénétration que possèdent une partie des rayons directs ayant été déjà constatée, j'ai remplacé le cylindre de fer par un écran métallique mince, dans le but de séparer les rayons réfléchis des autres. Une lame de laiton, de la même épaisseur que celle des parois du miroir ($0^{mm},5$), a été disposée normalement à la ligne axiale, à 26^{cm} du tube radiant, la distance de celui-ci à l'électromètre étant de 42^{cm}.

» Les séries que j'ai obtenues par cette dernière modification expérimentale démontrent que l'interposition de la lame métallique produit une très faible diminution de l'action du rayonnement du tube, tandis qu'elle annule complètement l'effet du miroir.

» Il me semble donc pouvoir conclure que, dans le rayonnement du tube expérimenté contenant un mélange de chlorures de radium et de baryum, existent des rayons qui subissent la réflexion. »

PHYSIQUE. — *Sur les maxima électrocapillaires de quelques composés organiques.* Note de M. Gouy.

« J'ai montré antérieurement [1] qu'il est possible de mesurer le maximum électrocapillaire de liquides presque isolants; je viens d'étudier

---

[1] *Comptes rendus*, 23 juillet 1900.

ainsi quelques solutions de corps organiques dans l'eau pure, et divers liquides organiques ne contenant que de petites quantités d'eau. Pour être sûr qu'on a bien observé le maximum, il faut pouvoir constater la rétrogradation du mercure dans la pointe de l'électromètre, ce qui exige parfois plusieurs dizaines de volts, en raison de l'énorme résistance ohmique; aussi les courbes électrocapillaires sont-elles entièrement déformées et inutilisables, sauf pour la valeur H de l'ordonnée maximum.

» Dans ce qui va suivre, le maximum avec l'eau pure est pris égal à 1000. Le Tableau suivant donne quelques exemples de corps en solutions aqueuses; on y a inscrit 1000 — H, c'est-à-dire la dépression du maximum; M désigne une molécule-gramme par litre de la solution; la température est de 18° :

	$\frac{1}{100}$ M.	$\frac{1}{10}$ M.	$\frac{1}{3}$ M.	1 M.	2 M.	3 M.	5 M.	10 M.	20 M.	Pur ou en solution saturée.
Alcool méthylique.........	»	»	»	6	12	»	28	49	70	78
Alcool butylique tertiaire...	»	9	30	60	82	»	90	92	»	93
Acétone.................	»	4	12	27	43	»	67	82	»	90
Urée....................	»	»	8	19	27	34	44	»	»	60
Saccharose...............	11	29	41	55	67	82 (¹)	»	»	»	74
Pyridine.................	12	42	68	93	103	»	112	131	»	137

» Le Tableau suivant donne les maxima avec divers liquides ne contenant que de très faibles quantités d'eau, suffisantes pour la conductibilité; cependant les corps indiqués en italiques ont dû être employés avec une quantité d'eau plus grande, environ 10 pour 100. Les liquides non miscibles à l'eau, qui sont généralement trop résistants à l'état pur, ont été agités quelques instants avec de l'eau, dont ils dissolvent ainsi des traces :

Alcool méthylique.........	922	Glycol....................	894
» éthylique...........	906	Glycérine.................	902
» *propylique*.........	899	Aldéhyde propylique.......	897
» *isopropylique*.......	907	» isobutylique......	896
» butylique normal....	896	» benzoïque........	850
» butylique secondaire.	901	Furfurol..................	867
» *butylique tertiaire*..	907	Acétone...................	910
» isobutylique.........	902	Méthylhexylcétone.........	878
» amylique ordinaire...	894	Acétylacétone.............	865
» amylique tertiaire....	896	Pinacoline................	893
» caprylique..........	877	Acétophénone..............	853
» octylique secondaire..	879	Acétal....................	893
» benzylique..........	854	Capronitrile..............	891
» anisique............	860	Chloroforme...............	867

(¹) Sursaturé.

Bromure d'éthyle	861	Diméthylaniline	827
Phénol	859	Diéthylaniline	835
Carvacrol	854	Ortho-toluidine	833
Acide acétique	919	Méta-xylidine	836
» *butyrique*	895	Phénylhydrazine	834
Acétate d'éthyle	897	Pyridine	863
Acétate d'amyle	891	Picoline α	860
Dichlorhydrine glycérique α	867	Lutidine	852
Amylamine	869	*Pipéridine*	841
Allylamine	869	Quinoléine	838
Benzylamine	842	Quinaldine	830
Aniline	837		

» Le premier Tableau montre que la dépression du maximum croît moins vite que la concentration; elle lui est d'abord presque proportionnelle pour les corps peu actifs, tels que l'alcool méthylique. La concentration augmentant, la dépression croît de moins en moins vite, et les dernières quantités d'eau ont peu d'effet.

» Le second Tableau montre que le maximum avec le corps presque anhydre, comparé à celui de l'eau, est en général d'autant plus déprimé que ce corps est plus actif en solutions étendues, comme on pouvait s'y attendre; mais, d'un corps à un autre, la différence est ici bien moindre qu'en solutions étendues. Cela tient à ce que, avec les corps peu actifs, la dépression du maximum progresse avec la concentration bien plus qu'avec les corps très actifs. Avec les substances actives, il est remarquable que le corps pur ne donne guère que le double ou le triple de la dépression du maximum que donnent déjà des solutions très étendues, à 1 pour 100, par exemple. Ces faits seraient inintelligibles, si l'on ne savait que les molécules dissoutes s'accumulent à la surface du mercure et forment une couche de concentration bien supérieure à celle du reste de la solution (1); il est naturel dès lors qu'elles exercent sur le mercure des forces capillaires φ comparables à celles que produit le corps à l'état pur. Pour les corps peu actifs, cette accumulation est moindre, et l'effet produit se rapproche de la proportionnalité à la concentration, qui serait vraisemblablement réalisée si la solution restait homogène. »

(1) *Comptes rendus*, 3 décembre 1900, et *Journal de Physique*, 1901.

THERMOCHIMIE. — *Chaleur de formation de l'hydrate de chlore.* Note de M. de Forcrand.

« Deux méthodes permettent de connaître la chaleur de formation de l'hydrate de chlore : la mesure directe de la quantité de chaleur produite lorsqu'il se forme ou lorsqu'il se décompose, et le calcul de cette quantité au moyen des courbes de dissociation.

» I. Mesure directe. — M. Le Chatelier a déjà publié, en 1886 (¹), le résultat d'une expérience de ce genre. Il dissolvait l'hydrate dans l'eau du calorimètre (-14^{Cal}) et ajoutait à ce nombre pris en signe contraire la chaleur de dissolution du chlore gazeux ($+3^{Cal}$ d'après M. Berthelot). Il obtenait ainsi :

$$Cl^2 \text{ gaz} + n\,H^2O \text{ liq.} = Cl^2, n\,H^2O \text{ sol.} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad +17^{Cal}.$$

» J'ai cru devoir reprendre cette expérience, parce qu'elle me semblait présenter des difficultés spéciales.

» D'abord, lorsqu'on lit le Mémoire de M. Berthelot sur la chaleur de dissolution du chlore, on peut se demander si la dissolution de son hydrate ne donnera pas lieu aux mêmes complications, le chlore gazeux pouvant donner, en se dissolvant, depuis $2^{Cal},94$ jusqu'à 6^{Cal} et même davantage par suite des réactions secondaires.

» J'ai constaté cependant que ces complications ne se produisent pas pour la dissolution de l'hydrate, parce qu'elle est instantanée. Elles ne sont à craindre que lorsque l'expérience se prolonge, comme il arrive quand on dissout bulle à bulle le chlorure gazeux. On a donc bien le droit de considérer la dissolution d'hydrate de chlore obtenue immédiatement comme une simple dissolution de chlore dans l'eau.

» Mais le calcul de la réaction présente une difficulté plus sérieuse.

» L'hydrate de chlore, préparé toujours en présence d'un excès d'eau à des températures ordinairement comprises entre $+2°$ et $+5°$, est une pâte jaune qui retient une quantité d'eau non combinée considérable (de huit à vingt fois supérieure au poids de l'hydrate réel dans mes expériences).

» Or cette eau contient, à l'état de dissolution, de faibles doses de chlore,

---

(¹) *Comptes rendus*, t. CI, p. 1484.

(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. V, p. 322.

que M. Roozeboom a déterminées exactement en 1884 ([1]), et dont il est indispensable de tenir compte. Il faut retrancher ce chlore dissous du chlore total libre dosé à la fin de l'expérience, sans quoi on s'exposerait à trouver un nombre trop faible pour la formation de l'hydrate. J'ai fait cette correction de la manière suivante :

» Soit p le poids total de chlore libre contenu dans un poids P de la pâte jaune. Je calcule d'abord provisoirement le poids π d'hydrate qui correspondrait à p, en admettant la formule $Cl^2 + 7H^2O$ (moyenne entre celle de M. Roozeboom et celle de M. Villard). Dès lors $P - \pi$ est le poids de l'eau non combinée, laquelle, d'après les Tables de M. Roozeboom, contient un poids p' de chlore dissous. Par suite $p - p'$ sera le poids du chlore réellement combiné à l'état d'hydrate et qui doit servir de base au calcul.

» En procédant ainsi, j'ai trouvé dans trois expériences :

A. (1^{gr},50 d'hydrate)	$-15^{Cal},87$
B. (4,44 »)	$-15,27$
C. (1,03 »)	$-15,76$

pour la chaleur de dissolution de $Cl^2 + nH^2O$ solide.

» L'expérience B me paraît être la meilleure parce qu'elle a porté sur un poids d'hydrate plus considérable et que la différence de température a pu être mesurée plus exactement. La moyenne des trois expériences donne $-15,63$ ([2]). Et si l'on ajoute à ce nombre, pris en signe contraire, la chaleur de dissolution du chlore à $+2,94$, on trouve :

$$Cl^2 \text{ gaz} + nH^2O \text{ liq.} = Cl^2, nH^2O \text{ sol.} \ldots\ldots\ldots + 18^{Cal},57$$

» II. Calcul au moyen des courbes de dissociation. — La dissociation de l'hydrate de chlore a été étudiée successivement par Isambert, puis par M. Roozeboom et par M. Le Chatelier.

» 1° *Courbe d'Isambert.* — J'ai choisi les douze points qui correspondent aux températures :

0°, +3°,3, +5°, +6°,6, +7°,6, +8°, +9°,1,
+10°,1, +11°, +11°,7, +12°,9 +14°,5.

([1]) *Recueil des Travaux chimiques des Pays-Bas*, t. III, p. 29 et suiv.

([2]) Nombre assez différent de -14^{Cal} trouvés par M. Le Chatelier. Si je n'avais pas fait la correction indispensable indiquée plus haut, j'aurais obtenu de -13^{Cal} à -14^{Cal}. C'est sans doute ainsi que le calcul a été fait par M. Le Chatelier qui d'ailleurs cherchait moins à avoir un nombre absolument exact qu'à montrer la marche générale du phénomène.

et j'ai appliqué l'équation de Clapeyron aux 66 combinaisons possibles deux à deux des valeurs obtenues. La moyenne donne pour la chaleur de formation $+18^{Cal},83$.

» Mais en réalité, on doit retrancher tous les résultats obtenus avec les deux premières températures $0°$ et $+3°,3$, d'abord parce qu'ils donnent des nombres visiblement trop élevés (de 20 à 20,5), et surtout parce que la courbe d'Isambert vient, dans cette région, couper les deux autres.

» Il reste donc 45 calculs, qui conduisent à la moyenne $+18^{Cal},30$;

» 2° *Courbe de M. Roozeboom.* — J'ai fait les 45 calculs possibles avec les 10 points de la courbe. La moyenne est $+17^{Cal},87$;

» 3° *Courbe de M. Le Chatelier.* — Il n'y a que cinq déterminations et par suite 10 calculs, dont la moyenne est $+17^{Cal},82$.

» Avec ces trois courbes, nous avons ainsi au total 100 calculs, dont la moyenne générale est $+18^{Cal},06$.

» Pour être tout à fait rigoureux, on devrait faire subir à ce nombre $+18^{Cal},06$ une double correction qui en augmenterait un peu la valeur.

» L'une serait due à ce que le gaz qui se dégage dans l'appareil à dissociation est en réalité un mélange de chlore et de vapeur d'eau. Les tensions observées sont donc trop fortes et l'on devrait diminuer chacune de la tension due à la vapeur d'eau. Cette correction aurait pour résultat d'augmenter le nombre $+18^{Cal},06$ de $0^{Cal},10$ au plus.

» L'autre correction est beaucoup plus incertaine; il se forme toujours dans l'appareil des traces d'acide chlorhydrique, qui ont pour effet d'exagérer la valeur de chaque tension et de diminuer un peu la chaleur de formation calculée. La quantité à ajouter serait toujours très faible et variable avec les conditions de l'expérience. Il vaut donc mieux ne pas s'y arrêter.

» Le nombre déduit des courbes de dissociation serait donc $+18^{Cal},16$. La mesure directe ayant fourni $+18^{Cal},57$, la moyenne sera $+18^{Cal},36$ et l'on pourra écrire :

$$Cl^2 \text{ gaz} + n H^2O \text{ liq.} = Cl^2, n H^2O \text{ sol.} \ldots\ldots \quad +18^{Cal},36.$$

« Je montrerai prochainement comment on peut établir la composition exacte de cet hydrate. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur les causes déterminantes de la formation des organes visuels.* Note de M. **Antoine Pizon**, présentée par M. Edmond Perrier.

« La différenciation des organes visuels paraît simplement due à l'action continue de deux facteurs distincts, la *lumière* et les *granules pigmentaires*.

» Le déterminisme de ces organes repose sur les trois ordres de faits suivants :

» 1. Un œil renferme toujours deux parties fondamentales : 1° des *cel-*

lules nerveuses visuelles en rapport avec les centres nerveux et constamment accompagnées de *granules pigmentaires* auxquels la lumière communique un mouvement vibratoire ; 2° un *appareil réfringent* consistant en une portion transparente des téguments en forme soit de miroir, soit d'épaississement lenticulaire, qui peut rester en continuité avec les téguments (ocelles des Arthropodes, etc.) ou bien s'en séparer sous la forme d'une lentille (Vertébrés, Céphalopodes, etc.).

» 2. Toutes les recherches récentes [1] ont établi que la destruction des globules sanguins, l'histolyse des tissus pendant la période larvaire, etc., donnent lieu à une production de granules pigmentaires de couleur variable, et dans la composition desquels la chromatine paraît entrer souvent pour une part importante. Ces granules sont emportés vers la surface du corps soit par leurs mouvements propres, soit par des cellules migratrices, et ils sont finalement expulsés au dehors par les desquamations épithéliales.

» Les granules de la peau et ceux des yeux sont fondamentalement les mêmes, et chez beaucoup d'animaux, en particulier chez la Grenouille, on peut voir le pigment s'étendre en traînées ininterrompues depuis les vaisseaux sanguins de la profondeur jusqu'à la choroïde; l'organe visuel est donc un point de concentration du pigment qui, ailleurs, reste réparti à peu près uniformément dans les cellules épidermiques.

» 3. Enfin, l'action de la lumière, et surtout de ses rayons rouges et ultra-violets, sur les tissus est aujourd'hui hors de doute, depuis que la Photothérapie est appliquée au traitement de certaines affections (lupus, variole, rougeole) et que les rayons solaires sont employés pour l'atténuation de certaines cultures microbiennes. Sur le protoplasme, une lumière de moyenne intensité détermine en premier lieu une légère hypertrophie de la cellule avec augmentation de transparence, si l'on en juge par la structure constante que présentent les tissus de la surface des organes visuels. Les cônes et les bâtonnets ne sont de même que le résultat d'une hypertrophie causée par la lumière sur les prolongements protoplasmiques terminaux des cellules visuelles.

» Ces préliminaires étant posés, voici comment on peut concevoir la formation des organes visuels :

» Les granules pigmentaires arrivés vers la périphérie du corps se sont accumulés

---

(1) A. Pizon, *Sur la coloration des Tuniciers* (*Comptes rendus*, 14 août 1899); *Origine du pigment; sa transmission dans l'embryon* (*Comptes rendus*, 21 janvier 1901).

en certains points d'élection de l'épiderme pour une cause quelconque (amas de tissus en histolyse, lacunes, points très éclairés, etc.).

» Or, là où ces amas se sont trouvés constitués, ils ont déterminé, *grâce à leur pouvoir absorbant*, l'arrivée d'un faisceau lumineux plus intense qu'ailleurs, faisceau qui a exercé une irritation particulière sur les tissus situés sur son passage.

» Parfois l'action de la lumière s'est bornée à accroître l'épaisseur de la cuticule (certaines *Annélides*) ou de la chitine (*ocelles des Arthropodes*); chez d'autres, l'absorption plus intense des radiations a rendu toute la partie antérieure des cellules épidermiques hyaline et réfringente (*Syllis*, etc.); enfin, chez les espèces où l'absorption est très intense et la vitalité des tissus très grande, ceux-ci répondent à l'excitation lumineuse par une prolifération plus active, et forment au-devant de l'amas pigmentaire un renflement transparent qui finit par s'isoler sous la forme d'une lentille (Vertébrés, Céphalopodes, etc.).

» On voit, en effet, chez certaines Annélides, une fois que l'œil est constitué avec son cristallin, les cellules épidermiques voisines se multiplier activement et s'insinuer entre la cuticule et la lentille, et se transformer, sous l'action de la lumière, en autant de petits globules réfringents qui se fusionnent et s'ajoutent au cristallin primitif pour en augmenter l'épaisseur.

» Or, l'appareil réfringent une fois constitué, *se trouve forcément donner dans l'intérieur de l'œil une image,* dont la forme et la netteté varient avec la forme de l'organe réfringent lui-même. *Et c'est ainsi que l'appareil formé par un amas de pigment et la surface réfringente placée au-devant de lui, se trouve remplir secondairement la fonction de la vision.*

» Pour compléter l'organe visuel, il a suffi que l'excitation lumineuse fût reçue par des cellules nerveuses qui la transmissent à leur tour jusqu'au sensorium. Or il existe de telles cellules dans tout le tégument.

» Le phénomène de la vision nous apparaît donc tout simplement comme la conséquence *de l'accumulation de granules pigmentaires* en certains points de la surface du corps, et *du pouvoir absorbant de ces granules* pour les rayons lumineux.

» Ainsi s'expliquent : 1° l'*emplacement des yeux dans les régions les plus éclairées* [face dorsale, extrémité antérieure, bords du manteau (*Pectinidées*), extrémité des siphons (*Solen*, *Tellina*, etc.), filaments branchiaux céphaliques (*certaines Annélides*), etc.]; 2° la *position des yeux céphaliques* s'explique à la fois par la présence de la lumière et par les nombreux granules pigmentaires qu'engendrent toujours les cellules nerveuses sénescentes; il faut y ajouter non seulement l'influence de l'hérédité, mais encore la transmission très précoce du pigment maternel à l'embryon [1]; 3° le *nombre extraordinaire des yeux* (certaines Annélides, Chitons, etc.)

---

(1) A. Pizon, *loc. cit.*

est lié à une production abondante de pigment; les yeux composés (Lépidoptères, etc.) n'apparaissent que pendant la période nymphale, alors que les tissus en histolyse ont considérablement augmenté la proportion des granules pigmentaires; 4° la *disparition plus ou moins complète des yeux chez les espèces cavernicoles, fouisseuses, abyssales et parasites internes* qui ne reçoivent plus de lumière. Parmi les espèces des grandes profondeurs, si les formes marcheuses seules sont frappées de cécité, c'est que les autres ont la possibilité de rechercher la luminosité des animaux phosphorescents, luminosité qui émet même peut-être des rayons plus actifs que ceux de la lumière ordinaire ([1]); 5° Enfin, l'*absence d'amas pigmentaires* explique l'absence d'yeux chez des formes libres, très voisines d'autres qui sont voyantes et vivent dans les mêmes conditions (Nématodes marins, Némertes, etc.). »

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Les régions d'une trace foliaire de Filicinée.* Note de MM. **C.-Eg. Bertrand** et **F. Cornaille.**

« 1. Les traces foliaires des Filicinées ne présentent nettement tous leurs caractères propres que dans des frondes ou dans des parties de frondes suffisamment fortes. Une grande fronde d'une plante adulte a ses caractéristiques différentielles plus accusées qu'une fronde grêle et surtout qu'une fronde prise sur une jeune plante de semis. De même, le pétiole est plus nettement caractérisé qu'une nervure primaire et celle-ci qu'une nervure secondaire. C'est dans le pétiole que la trace foliaire réalise sa complication maxima. Plus bas, dans le stipe, la trace se simplifie en donnant des *boucles* et des *pièces apolaires*. Plus haut, dans le limbe, la trace se sépare en chaînes de plus en plus simples.

» 2. Chez la grande majorité des Mégaphyllides actuelles, la ou les chaînes libéroligneuses de la trace foliaire jalonnent ordinairement une seule courbe. L'analyse de nombreuses traces foliaires nous a montré qu'il y avait nécessité d'y distinguer diverses régions que nous allons énumérer et définir.

» 3. Considérons d'abord une trace d'*Osmunda regalis*. Son arc, à conca-

([1]) La disparition des yeux à la suite de la fixation (Bryozoaires, Tuniciers, Cirripèdes) me paraît due à une cause toute différente; elle tient uniquement à ce que la larve se fixe par la face même qui porte ces organes.

vité antérieure, est symétrique par rapport à une ligne antéropostérieure CS, qui est la trace géométrique de la surface de symétrie de la fronde sur le plan de la section. Les *bords gauche* et *droit* sont les deux extrémités libres de l'arc, pour un observateur placé au centre de figure C du stipe et regardant la fronde. Nous appelons *marges gauche* et *droite* les deux régions de l'arc qui fournissent les traces des pétioles secondaires. On appellera *arc postérieur* la partie de l'arc située en arrière, entre les deux marges; il est divisé en un *demi-arc postérieur gauche* et un *demi-arc postérieur droit.* Les parties de l'arc général comprises entre les marges et ses bords sont ses *demi-arcs antérieurs gauche* et *droit.*

» 4. Chez les Cyathéacées, les Polypodiacées et les Parkériées il y a lieu de subdiviser l'arc postérieur. On trouve sur cet arc postérieur deux *plis doubles,* symétriques l'un de l'autre. Si, partant du point S où la ligne CS coupe l'arc postérieur, on se dirige vers le bord droit, on rencontre un premier pli, *le pli direct droit,* qui ramène la suite de l'arc postérieur vers la ligne de symétrie. Le pli direct droit est suivi par sa *branche descendante droite* plus ou moins longue. Nous appelons *pli inverse droit* le second pli que l'on rencontre en suivant l'arc postérieur. Son action est inverse de celle du pli direct droit. Il est tout proche de la surface de symétrie, et, dans les Cyathéacées, *une grande incision droite* sépare le pli inverse droit de la branche descendante droite du pli direct. La *branche descendante droite du pli inverse* est généralement très petite, réduite à un demi-faisceau bipolaire. Elle précède le pli inverse ou bien elle est comprise dans son amorce. Le pli inverse droit se prolonge par sa *branche ascendante droite.* Celle-ci s'étend jusqu'à la marge droite. Dans quelques espèces, *Cyrtomium falcatum, Microlepia platyphylla,* il y a lieu de spécifier sous le nom de *palier de la branche ascendante droite* la partie de cette branche, voisine de la marge, qui se sépare de la partie précédente par un ploiement brusque de même sens que le pli inverse droit. Le palier est ainsi presque perpendiculaire à la ligne CS ou parallèle à la face supérieure du pétiole. Le demi-arc postérieur gauche montre des régions symétriques par rapport à la ligne CS. On appelle *chaîne médiane postérieure* la partie de l'arc postérieur comprise entre ses deux plis directs. Chez le *Pteris aquilina,* cette chaîne médiane postérieure présente *des plis supplémentaires.*

» 5. Dans le demi-arc antérieur droit d'une trace de *Cyathea medullaris,* on distingue une *amorce droite,* sur laquelle se fait la courbure qui rend l'arc parallèle à la face supérieure; un *palier du demi-arc antérieur droit,* qui est la région de l'arc parallèle à la face supérieure du pétiole, et une

crosse droite qui est la partie de l'arc rejetée en arrière dans l'intérieur du contour de la trace.

» 6. Lorsque les paliers antérieurs gauche et droit atteignent la surface de symétrie en un point C_a, comme dans le pétiole primaire du *Cibotium regale*, des Marattiées, et aux deux extrémités du pétiole du *Matonia pectinata*, les crosses qui sont enfermées dans la trace forment les *chaînes intérieures*. Celles-ci se présentent sous deux formes assez dissemblables. Dans les gros pétioles d'*Angiopteris evecta*, les chaînes intérieures dessinent des arcs fermés homœomorphes, excentriques, successivement enveloppants. Le plus intérieur de ces arcs est incomplet et ouvert. On peut aussi le trouver fermé localement et tangent intérieurement à la face antérieure de celui qui le précède. Les *arcs internes* sont distingués par leur numéro d'ordre en partant du plus externe, qui est le *premier arc interne*. C'est souvent le seul existant : *Marattia Kaulfussii*. Chaque arc interne commence au point S^j, où CS coupe sa région postérieure et se termine au point C^j, où il coupe sa région antérieure, S^j et C^j étant accompagnés en exposant du numéro d'ordre de l'arc interne correspondant. Dans un arc interne fermé, on distingue des régions analogues à celles de l'arc externe de la même plante. L'autre forme de chaîne intérieure se voit chez *Cibotium regale*. Les deux crosses, adhérentes l'une à l'autre, donnent une seule longue chaîne, rendue concave en arrière par une double flexion de chacun de ses côtés.

» 7. La jonction des *plis inverses* ou de leurs branches ascendantes dans la surface de symétrie donne les *pièces médianes complexes* dont le type est le *quadruple*, pièce médiane à quatre divergeants ou à quatre pôles doubles du *Polypodium Heracleum*. La fermeture de boucles latérales donne de même des *pièces complexes latérales* ou *quadruples latéraux*.

» 8. Chez toutes les Ophioglossées, il se différencie, aux dépens des demi-arcs antérieurs de la trace, un système de cordons conducteurs qui se rendent à *la pièce sorifère antérieure*.

» 9. Dans les genres *Polybotrya, Lomariopsis*, on trouve entre le système ordinaire des faisceaux de la trace et la surface du pétiole un autre système de filets libéroligneux, dont l'ensemble constitue le *réseau accessoire périphérique*. Ce réseau existe dans le stipe et dans la fronde de ces deux genres. On le connaît dans le stipe de quelques *Cyathea* et *Alsophila*.

» 10. La trace foliaire permet de distinguer dans le tissu fondamental du pétiole les régions suivantes : Un *tissu fondamental externe*, en dehors de l'arc figuré par la trace ; un *tissu fondamental interne*, qui est bien délimité

quand la trace est fermée. Lorsque la trace est ouverte, la délimitation du tissu fondamental interne est moins nette, et d'autant moins nette que la trace est plus ouverte. On a une hésitation analogue quand la trace dessinant une figure fermée, des incisions entaillent sa surface. Quand la chaîne intérieure jalonne plusieurs arcs fermés, le tissu fondamental intérieur est partagé en anneaux qu'on spécifiera *par le numéro de l'arc interne qui les limite intérieurement*. Le tissu fondamental externe est subdivisé en deux zones, l'une *superficielle*, l'autre *profonde*, dans les pétioles à réseau accessoire périphérique.

» 11. Les groupes trachéens les plus constants sont ceux des marges. On les trouve alors même que la fronde n'a plus de limbe, comme chez *Pilularia*. Nous les désignons par T_g^L, T_d^L. Quand il y a un pôle médian postérieur, nous l'appelons T'. Au lieu d'un groupe trachéen T' nous pouvons trouver un faisceau médian F^M compris entre deux groupes trachéens T'_g, T'_d. On peut trouver des remplacements analogues sur les marges. »

PÉTROGRAPHIE. — *Sur les éclogites des Aiguilles Rouges.* Note de M. Étienne Joukowsky, présentée par M. Michel Lévy.

« L'étude des roches cristallines du lac Cornu, entreprise au point de vue géologique, m'a conduit à étudier de plus près les minéraux constituants des éclogites de cette localité. Ces dernières se présentent en masses lenticulaires orientées nord-sud. Ces roches, ainsi que les micaschistes et les gneiss, sont traversées par des filons de granulite également nord-sud [1], dont on voit de nombreuses apophyses feldspathiques dans les amphibolites.

» Les éclogites ne montrent nulle part d'associations de grenat et de pyroxène complètement exemptes d'amphibole, mais celle-ci ne paraît jamais être primordiale (contemporaine des minéraux précédents). Elle semble, au contraire, avoir deux origines distinctes : une première variété est due à l'*ouralitisation du pyroxène* (diopside à 5 pour 100 d'alumine), tandis que la seconde, différant par le polychroïsme (vert bleuâtre) et par un moindre développement des clivages, est de la *kélyphite* et provient

---

[1] A. Favre, *Recherches géologiques*, etc. — A. Michel Lévy, *Étude sur les roches cristallines et éruptives des environs du mont Blanc* (*Bulletin des Services de la Carte géologique de France*; 1890).

d'une transformation du grenat. Il est curieux de constater dans une même masse la transformation d'un métasilicate et d'un orthosilicate en un même métasilicate.

» Dans l'éclogite peu transformée, l'amphibole d'ouralitisation forme des auréoles entourant chaque grain de grenat, tandis que les cassures de ce dernier sont souvent remplies de kélyphite associée avec d'autres minéraux secondaires (épidote, chlorite). Dans les parties plus transformées, il n'est pas rare de voir de grandes plages ayant les contours d'un grenat, limitées de toutes parts par de la hornblende d'ouralitisation, et dont l'intérieur est formé en majeure partie d'une quantité de petits cristaux de kélyphite diversement orientés, contenant encore par-ci par-là quelques grains du grenat primitif. Ces parties transformées sont toujours accompagnées d'un feldspath dont l'acidité n'est jamais inférieure à celle de l'andésine. Le type dominant est l'oligoclase et l'albite s'y rencontre quelquefois.

» Le grenat, le diopside et la hornblende d'ouralitisation ont été analysés après séparation par les liqueurs lourdes ([1]), et triage à la loupe des grains de $0^{mm},1$ à $0^{mm},3$ de diamètre. Les résultats de l'analyse sont les suivants :

	Pyroxène.	Amphibole.	Grenat.
SiO^2	51,28	41,24	37,37
Fe^2O^3 / Al^2O^3	18,11	36,46 (dont 13,06 FeO)	FeO 28,32 / 21,52
CaO	19,17	12,08	7,85
MgO	11,93	10,31	5,57
	100,49	100,09 (dont à retrancher 1,30 d'oxygène dû à FeO), soit 98,79	100,43

» Tout porte à croire que la transformation du diopside et du grenat en des minéraux du groupe de la hornblende est due à l'intrusion de la granulite.

» Une donnée précieuse sera fournie par la teneur en alcalis de l'amphibole. Cette détermination sera faite prochainement. »

([1]) Iodure de méthylène saturé d'iodure de mercure

CHIMIE MÉDICALE. — *Sur l'ergot de seigle.* Note de M. **Marcel Guédras.** (Extrait.)

« Comme conclusion de cette étude des principes constituants de l'ergot, on constate que l'action thérapeutique de cette drogue est due à l'acide sphacélinique, à la cornutine, ainsi qu'aux sels de cet acide et de cet alcaloïde.

» Il est presque impossible de séparer, d'une façon pratique, ces principes actifs, puisqu'ils ont presque la même solubilité; il faut donc, dans le choix de l'ergot destiné à être employé en médecine, s'attacher à avoir une drogue contenant un large pourcentage d'acide sphacélinique et de cornutine, et de faibles quantités d'acide sclérotique et de substances inertes. »

M. **H. Lerebours** adresse une Note relative à des colonnes lumineuses, observées vers le moment du coucher du Soleil.

La séance est levée à 4 heures et demie.

M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 23 décembre 1901.

Comptes rendus des séances de la troisième Conférence générale des Poids et Mesures, réunie à Paris en 1901. Paris, Gauthier-Villars, 1901; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. Bouquet de la Grye.)

Annuaire pour l'an 1902, *publié par le Bureau des Longitudes,* avec des Notices scientifiques. Paris, Gauthier-Villars; 1 vol. in-16. (Présenté par M. Guyou.)

Études sur la Tuberculose et son traitement : Tuberculose chirurgicale, pulmonaire, intestinale; avec un extrait d'un Mémoire communiqué à l'Académie de Médecine de Paris, juillet 1900, par le Dr G.-P. Coromilas; 7 fig. intercalées dans le texte. Paris, A. Maloine, 1902; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'Auteur.)

Annales de la Société d'émulation du département des Vosges, LXXVIIe année, 1901. Épinal, Ch. Hugenin, et Paris, Aug. Goin, 1901; 1 vol. in-8°.

Mémoires de la Société d'Agriculture, Sciences, Belles-Lettres et Arts d'Orléans

2e série, t. I, n° 1, 1er semestre 1901. Orléans, impr. Georges Michau et Cie, 1901; 1 fasc. in-8°.

L'Argus des Revues, intermédiaire universel, mensuel, 23e année, nouvelle série, n° 8. Paris, 1901; 1 fasc. in-4°.

Le Opere di Galileo Galilei, edizione nazionale sotto gli auspicii di sua Maestà il Re d'Italia, Vol. XI. Florence, typ. G. Barbera, 1901. (Envoi de M. le Ministre de l'Instruction publique d'Italie.)

Mission scientifique du Ka-Tanga, par le capitaine CHARLES LEMAIRE, 5e-15e Mémoires. (Publications de l'État indépendant du Congo.) Bruxelles, Ch. Bulens, 1901; 11 fasc. in-4°.

The universal solution for numerical and literal equations by which the roots of equations of all de grees can be expressed in terms of their coefficients, by M. A. MC GINNIS. Kansas City, Missouri, 1901; 1 vol. in-12.

Principios de mecánica fundamental, unidad de las fuerzas fisicas, leyes generales de la evolucion cosmica, por PEDRO GIRALT y ALEMANY. La Havane, 1901; 1 vol. in-16.

Die Natur der Kraft und des Stoffs, Begründung und Fortentwicklung der chemischen Theorien, die Goldmacherkunst, von O. HECK. Homberg, Th.-M. Spamer, 1901; 1 fasc. in-12. (Hommage de l'Auteur.)

Una antigua cuestion. Thesis ofrecida a la consideracion publica por Don RODOLFO AGUILAR BATRES. Guatemala, typ. Sanchez et de Guise, 1901; 1 fasc. in-8°.

Physiologie : Die menschlichen Sinnesthätigkeiten ..., von O. HECK. Homberg, 1901; 1 fasc. in-12.

Ueber die ungarischen warmen und heissen Kochsalzseen als natürliche Wärme-Accumulatoren sowie über die Herstellung von warmen Salzseen und Wärme-Accumulatoren, von ALEXANDER V. KALECSINSKY. Budapest, 1901; 1 fasc. in-8°.

Les Caféiers, par E. DE WILDEMAN, I; Étude publiée sous les auspices de l'État indépendant du Congo. Bruxelles, impr. Vve Monnom, 1901; 1 fasc. in-8°.

Preliminary report on the botanical results of the danish expedition to Siam (1899-1900). FLORA OF KOH CHANG, *Contributions to the knowledge of the vegetation in the Gulf of Siam,* by JOHS. SCHMIDT, part IX. Copenhague, impr. Bianco Luno, 1901; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'Auteur.)

Comptes rendus des séances de la treizième conférence générale de l'Association Géodésique Internationale, réunie à Paris du 25 *septembre au* 6 *octobre* 1900, rédigés par le Secrétaire perpétuel H.-G. VAN DE SANDE BAKHUYSEN. 1er Vol. : *Procès-verbaux et Rapports des Délégués sur les travaux géodésiques accomplis dans leurs pays;* avec 41 planches. Berlin, Georg Reimer, 1901; 1 vol. in-4°.

Jahresbericht des Direktors des Königlichen Geodätischen Instituts, für die Zeit von April 1900 *bis April* 1901. Potsdam, 1901; 1 fasc. in-8°.

Annuaire géologique et minéralogique de la Russie, rédigé par N. KRICHTAFOVITCH, Vol. V, Livr. 2-3. Novo-Alexandria, gouvern. de Lublin, 1901; 1 fasc. in-4°.

Annales du Musée du Congo, Zoologie, série I. *Matériaux pour la faune du Congo,* t. II, fasc. 1. *Batraciens et Reptiles nouveaux,* par G.-A. BOULENGER. *Antilope nouvelle,* par OLDFIELD THOMAS. Bruxelles, 1901; 1 fasc. in-f°.

Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. LXII, n° 1, november 1901. Londres, 1901; 1 fasc. in-8°.

Materyaly antropologiczno-archeologiczne i etnograf, t. V. Cracovie, 1901; 1 vol. in-8°.

Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College, t. XXXIX, n° 1. Cambridge, Mass., 1901; 1 fasc. in-8°.

Annales de la Société Royale malacologique de Belgique, t. XXXV, année 1900. Bruxelles, P. Weissenbruch, 1901; 1 fasc. in-8°.

Memoirs and Proceedings of the Manchester litterary and philosophical Society, 1901-1902, Vol. XLVI, part I. Manchester; 1 fasc. in-8°.

Reale Istituto Lombardo. Rendiconti; sér. II, Vol. XXXIII. Milan, Ulrico Hoepli, 1900; 1 vol. in-8°.

Memorie del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, classe di Scienze matematische e naturali; Vol. XIX, X della serie III, fasc. I-III, XI. Milan, 1900; 3 fasc. et 1 vol. in-4°.

Atti della R. Accademia dei Lincei, anno CCXCVIII, 1901, serie V^a^, *Memorie della classe di Science fisiche, matematiche e naturali,* vol. III. Rome, 1901; 1 vol. in-4°.

Societa Reale di Napoli. Rendiconto delle tornate e dei lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti; nuova serie, anni XIV-XV. Naples, 1900-1901; 2 fasc. in-8°.

Societa Reale di Napoli. Atti della Reale Accademia di Archeologica, Lettere e Belle Arti; Vol. XX (Suppl.), Vol. XXI. 1900-1901. Naples, 1900-1901; 2 vol. in-4°.

Ouvrages reçus dans la séance du 30 décembre 1901.

Aperçu des méthodes pour la détermination des orbites des comètes et des planètes, par M. O. Callandreau. Paris, imp. Gauthier-Villars, s. d.; 1 fasc. in-4°. (Hommage de l'Auteur.)

La Convention du Mètre et le Bureau international des Poids et Mesures, par Ch.-Ed. Guillaume. Paris, Gauthier-Villars, 1902; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Cornu.)

Sur la Théorie des parallèles et le postulatum d'Euclide, par Edmond Bordage. Ile de la Réunion, imp. Albert Dubourg, 1902; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'Auteur.)

Les Oiseaux utiles et nuisibles, par Ad. Boucard. Paris, Masson et Cie, 1901; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'Auteur.)

Renseignements pratiques sur l'achat des combustibles. Paris, impr. de l'Institut international de Bibliographie, 1901; 1 fasc. in-8°.

Bulletin de la Société d'Anthropologie de Lyon, t. XIX, janvier-décembre 1900. Lyon, H. Georg, et Paris, Masson et Cie, 1901; 1 vol. in-8°.

Katalog literatury naukowej polskiej, t. I, r. 1901, z. 3. Cracovie, 1901; 1 fasc. in-8°.

Matériaux pour la définition et pour le traitement des catarrhes stomacho-intestinaux aigus et chroniques, par le Dr Viliamovskof. (En langue russe.) Moscou, 1897; 1 fasc. in-8°.

Anomalies magnétiques dans la région de Krivoï-Rog, par P. PASSALSKY. Odessa, 1901; 1 fasc. in-4°.

Publications of the astronomical laboratory at Groningen, edited by prof. J.-C. KAPTEYN; n° 5. *On the distribution of cosmics velocities* : Part I, *Theory*, with the collaboration of W. KAPTEYN, by J.-C. KAPTEYN; n° 8. *On the mean parallax of stars of determined proper motion and magnitude*, by J.-C. KAPTEYN. Groningue, Hoitsema frères, 1900-1901; 2 fasc. in-4°.

Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië, 1900. Batavia, 1901; 1 vol. in-4°.

Observations météorologiques suédoises, publiées par l'Académie royale des Sciences de Suède, exécutées et rédigées sous la direction de l'Institut central de Météorologie, vol. XXXVIII (2e série, vol. XXIV). Stockholm, 1901; 1 fasc. in-4°.

Lefnadsteckningar öfver kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens. Bd IV, häfte 1-2. Stockholm, 1899-1901; 2 fasc. in-8°.

Bihang till kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens handlingar. Bd XXVI, 1-4. Stockholm, 1901; 1 vol. et 3 fasc. in-8°.

Kongliga Svenska Vetenskaps-Akademiens handlingar, ny följd, Bd XXXIII-XXXIV. Stockholm, 1900-1901; 2 vol. in-4°.

Transactions of the thirty-second and thirty-third annual meetings of the Kansas Academy of Science, 1899-1900; vol. XVII. Topeka, Kansas, 1901; 1 vol. in-8°.

ERRATA.

(Séance du 9 décembre 1901.)

Note de MM. *C.-Eg. Bertrand* et *F. Cornaille*, Sur les propriétés des chaînes libéroligneuses des Filicinées :

Page 1027 à 1029, remplacer partout la lettre γ par le symbole Υ.
Page 1028, ligne 32, *au lieu de* vespertilorsis, *lisez* vespertilionis.
Page 1029, ligne 2, *au lieu de* Strathi opteris, *lisez* Struthiopteris.

FIN DU TOME CENT TRENTE-TROISIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JUILLET — DÉCEMBRE 1901.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME CXXXIII.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K.

L

M

N

O

P

R

S

T

U

V

W

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
30544 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.

